

Очилов Шерали Баратович<sup>1</sup>Акратова Обида Касимовна<sup>2</sup>Рахимова Дилноза Давроновна<sup>3</sup>Бухарский государственный технический университет,  
доценты кафедры «Экономика и менеджмент» (PhD).**НОВЫЙ КРИТЕРИЙ ОПТИМИЗАЦИИ В РЕГРЕССИОННОМ АНАЛИЗЕ:  
ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ И ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ**

**Аннотация.** В статье обосновано, что традиционный метод наименьших квадратов (МНК) может привести к значительным ошибкам при представлении процесса через единую непрерывную функцию. Для решения этой проблемы предложен метод построения регрессионных моделей, основанный на альтернативно-дифференциальных уравнениях.

**Ключевые слова.** Корреляционные модели, метод наименьших квадратов, дифференциальные уравнения, экспоненциальная модель, линейная модель

Ochilov Sherali Baratovich

Akramova Obida Kasimovna

Rakhimova Dilnoza Davronovna

Bukhara State Technical University,  
Associate Professors of the Department  
of Economics and Management (PhD).**A NEW OPTIMIZATION CRITERION IN REGRESSION ANALYSIS:  
THEORETICAL FOUNDATIONS AND PRACTICAL APPLICATION**

**Annotation.** The article substantiates that the traditional least squares method (LSM) can lead to significant errors when representing a process through a single continuous function. To solve this problem, a method for constructing regression models based on alternative differential equations has been proposed. In the proposed method, the process is divided into parts by quantities, and the direct model of the function in each interval is determined by the differential equation.

**Keywords.** Correlation models, small squares method, differential equations, exponential model, linear model.

**ВВЕДЕНИЕ**

Традиционные подходы к созданию корреляционных и регрессионных моделей, включая метод наименьших квадратов, обычно описывают процесс одной функцией  $y=f(x)$ . Однако в сложных природных и технических процессах возможность точно изобразить связь через одну функцию ограничена. Особенно это проявляется в тех случаях, когда параметры быстро меняются или характер функции распадается на части.

Примерами могут служить вольт-амперная характеристика в физике, явление насыщения тока в газах или переменный характер напряженности магнитного поля. В статье, основываясь на таких процессах, показаны ограниченные аспекты МНК и обоснован альтернативный

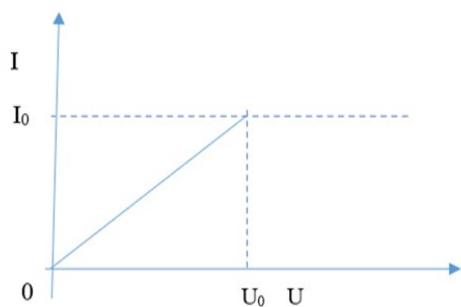
<sup>1</sup> <https://orcid.org/0009-0009-9202-6067>

<sup>2</sup> <https://orcid.org/0009-0000-5475-4228>

<sup>3</sup> <https://orcid.org/0009-0007-3078-6648>

дифференциальный метод. Этот метод позволяет анализировать процесс по частям и строить отдельную модель в каждом диапазоне.

В настоящее время во всех программах, предназначенных для построения корреляционных моделей процессов и их углубленного анализа, на основе заданных статистических чисел строится и ограничивается только одной функцией  $y=f(x)$ . В большинстве случаев возникает значительный разрыв между фактическими и расчетными значениями. В некоторых случаях коэффициент корреляции очень мал. Возникновение этого явления уже наблюдалось в науке. Например, в физике вольт-амперная характеристика электрического тока в вакууме не может быть представлена одной функцией. При этом проводимость является только электронной, и начиная с определенного значения напряжения сила тока вообще не изменяется с увеличением напряжения, то есть возникает ток насыщения.



А этот процесс

$$I(u) = \begin{cases} J(u), & \text{если } 0 < u < u_0 \\ J_0, & \text{если } u > u_0 \end{cases}$$

Если, рассматривать явление электрического тока в газах, то процесс становится более сложным. (рис.1)

Рисунок 1. Электрический ток газов

## ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР

Проблема математического моделирования корреляционных моделей и нелинейных процессов сформировалась как важное методологическое направление в различных областях - физике, экономике, инженерии и статистике. В научной литературе метод наименьших квадратов (МНК) был в основном приоритетным при описании этого процесса. Однако в последние годы растет мнение о том, что традиционных методов недостаточно для сложных и фрагментированных процессов. С этой точки зрения, дифференциальный метод, предложенный в статье, рассматривается как важный практический подход, дополняющий некоторые пробелы в научной литературе.

Одним из основных источников, заложивших современную основу для теории корреляционных и регрессионных моделей, является работа Монтгомери, Пэка и Вининга «Introduction to Linear Regression Analysis». [1] В данном источнике освещены фундаментальные положения в области математических основ регрессионных моделей, оценки параметров, анализа ошибок и спецификации модели. Наряду с преимуществами МНК, авторы подчеркивают его чувствительность к функциональной форме. То есть, если процесс моделируется неправильной функцией, МНК может не дать статистически наилучшей оценки. Данное мнение служит обоснованием необходимости дифференциального метода в статье. Работа Дрейпера и Смита «Applied Regression Analysis» также предлагает богатый научный материал в области прикладных вычислений и нелинейных моделей. Авторы считают, что многие природные процессы подчиняются различным законам в нескольких интервалах и не объясняются единой функцией.[2]

Работа Грина «Econometric Analysis» занимает особое место в анализе экономических моделей и нелинейной регрессии. В ней подробно освещены оценка параметров нелинейных функций, модели с разделением на части (piecewise regression), функции экспоненциального роста и их статистические свойства. Согласно теории Грина, если процесс не изменяется по одному и тому же закону, то разделение его на части и выбор отдельной функции в каждом

интервале повышает точность исследования.[3] Именно такой подход использован в статье: четыре различные модели были разделены по диапазонам индукции магнитного поля, а параметры в каждом интервале находились с помощью дифференциального уравнения.

В книге Вулдриджа «Введение в эконометрику» подчеркивается, что прогнозы и оценки могут быть существенно неточными, если функциональная форма определена неверно. Эта идея служит методологической основой для основной проблемы в статье - недостатков моделирования с одной функцией. Вулдридж утверждает, что модели, которые не учитывают особенно нелинейность в своем учении, могут привести к “ошибке спецификации”. [4] В настоящее время в статье научно обоснован критерий выбора экспоненциальных моделей путем неизменности отношения  $\Delta y/\Delta x/y$  в соответствии с указанным направлением.

Анализ литературы показывает, что, хотя метод наименьших квадратов является классическим и широко используемым методом, точность значительно снижается при неправильном выборе функциональной формы. Это указывает на то, что использование единой функции нецелесообразно для нелинейных, быстро изменяющихся или поэтапно изменяющихся процессов.

## МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

При проведении исследования использовались 3 этапа:

**На первом этапе**, данные были разделены на 4 основных интервала в диапазоне от 0,4 до 2,29 для связи между индукцией магнитного поля **X** и напряженностью **Y**.

[0.4 - 0.48] - линейная зависимость;

[0.49 - 1.25] – экспоненциальный;

[1.26 - 1.96] – экспоненциальный;

[1.97 - 2.29] – линейный.

**На втором этапе** был разработан подход, основанный на дифференциальных уравнениях.

- Если функция линейна,  $\frac{\Delta y}{\Delta x} \approx b$ , то модель  $y = b \cdot x + a$  быстро определяется;

- В экспоненциальном случае, исходя из  $y = A e^{Bx}$ , где  $\frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot \frac{1}{y} \approx B$  находится на основе средних значений.

**На третьем этапе**, сравнение с традиционным методом наименьших квадратов было увеличено. В каждом интервале сравнивались значения, рассчитанные альтернативным методом и МНК. Погрешности:

- абсолютная разность  $y - \hat{y}$ ,

- относительная разница,

- график был оценен путем сравнения.

## ИТОГИ И ОБСУЖДЕНИЕ

Для объяснения полного содержания исследования мы использовали результаты наблюдений исследователей в области энергетики.

Таблица 1

### Результаты наблюдений исследователей в области энергетики

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,6	0,6	0,6
96	97	98	99	100	102	104	106	108	111	114	117	120	123	126	129	132	136	140

156000	2,1	172	37000	1,9	153	16000	1,7	134	4760	1,5	115	1410	1,4	96	643	1,2	77	385	1	58	240	0,8	39	144	0,6	20
164000	2,1	173	38500	1,9	154	17000	1,7	135	5000	1,5	116	1490	1,4	97	664	1,2	78	394	1	59	247	0,8	40	148	0,6	21
172000	2,1	174	40500	1,9	155	18000	1,7	136	5300	1,6	117	1590	1,4	98	685	1,2	79	404	1	60	254	0,8	41	152	0,6	22
180000	2,1	175	42500	1,9	156	19000	1,8	137	5650	1,6	118	1600	1,4	99	707	1,2	80	414	1	61	261	0,8	42	156	0,6	23
188000	2,1	176	45000	2	157	20000	1,8	138	6000	1,6	119	1720	1,4	100	730	1,2	81	424	1	62	268	0,8	43	160	0,6	24
196000	2,2	177	51000	2	158	21000	1,8	139	6350	1,6	120	1940	1,4	101	754	1,2	82	435	1	63	275	0,8	44	164	0,6	25
204000	2,2	178	57000	2	159	22000	1,8	140	6700	1,6	121	2060	1,4	102	780	1,2	83	446	1	64	282	0,8	45	168	0,6	26
212000	2,2	179	63000	2	160	23000	1,8	141	7100	1,6	122	2200	1,4	103	810	1,2	84	458	1	65	289	0,8	46	172	0,7	27
220000	2,2	180	70000	2	161	24000	1,8	142	7600	1,6	123	2340	1,4	104	840	1,2	85	470	1,1	66	296	0,9	47	177	0,7	28
228000	2,2	181	77000	2	162	25000	1,8	143	8100	1,6	124	2500	1,4	105	870	1,3	86	483	1,1	67	303	0,9	48	182	0,7	29
236000	2,2	182	84500	2	163	26000	1,8	144	8650	1,6	125	2700	1,5	106	900	1,3	87	496	1,1	68	310	0,9	49	187	0,7	30
244000	2,2	183	92000	2	164	27000	1,8	145	9300	1,6	126	2920	1,5	107	940	1,3	88	510	1,1	69	317	0,9	50	192	0,7	31
252000	2,2	184	100000	2	165	28000	1,8	146	10000	1,7	127	3140	1,5	108	980	1,3	89	524	1,1	70	325	0,9	51	197	0,7	32
260000	2,2	185	108000	2	166	29000	1,9	147	10700	1,7	128	3370	1,5	109	1030	1,3	90	538	1,1	71	333	0,9	52	202	0,7	33
268000	2,2	186	116000	2,1	167	30000	1,9	148	11400	1,7	129	3600	1,5	110	1080	1,3	91	553	1,1	72	341	0,9	53	208	0,7	34
276000	2,3	187	124000	2,1	168	31200	1,9	149	12200	1,7	130	3850	1,5	111	1140	1,3	92	569	1,1	73	349	0,9	54	214	0,7	35
284000	2,3	188	138000	2,1	169	32500	1,9	150	13000	1,7	131	4060	1,5	112	1200	1,3	93	586	1,1	74	358	0,9	55	220	0,7	36
292000	2,3	189	140000	2,1	170	34000	1,9	151	14000	1,7	132	4290	1,5	113	1270	1,3	94	604	1,1	75	367	0,9	56	226	0,8	37
300000	2,3	190	148000	2,1	171	35500	1,9	152	15000	1,7	133	4520	1,5	114	1340	1,3	95	623	1,2	76	376	1	57	233	0,8	38

В приведенной выше таблице приведены цифры наблюдений исследователей за связью между индукцией магнитного поля и напряженностью магнитного поля. В этом случае переменная “х”, то есть изменение индукции магнитного поля, очень мало и равно  $\Delta x=0,01$ . Это обстоятельство является процессом, соответствующим нашим исследованиям. Если эти процессы выполняются через одну общую функцию, возникает множество ошибок. Учитывая это, процесс был разделен на определенные части.

Рассмотрим значения индукции магнитного поля, т.е. “х”, в заданных числах [0.4; 0.48]. (Таблица 2)

Таблица 2

**Результаты расчета индукции магнитного поля, т.е. величины “х” в [0.4; 0.48]  
(альтернативный метод)**

X	y	Δx	Δy	Δy/Δx	ŷ	y-ŷ
0,4	96				96,0	0
0,41	97	0,01	1	100,0	97,5	-0,5
0,42	98	0,01	1	100,0	99,0	-1
0,43	99	0,01	1	100,0	100,5	-1,5
0,44	100	0,01	1	100,0	102,0	-2
0,45	102	0,01	2	200,0	103,5	-1,5
0,46	104	0,01	2	200,0	105,0	-1
0,47	106	0,01	2	200,0	106,5	-0,5
0,48	108	0,01	2	200,0	108,0	0

В этом интервале можно заметить линейную зависимость между индукцией магнитного поля и напряженностью магнитного поля. Согласно введенной нами теории  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = y'(x_0)$  (1) (где  $\Delta x = x_1 - x_0$  и  $\Delta y = y_1 - y_0$ ) выражает значение производной в точке  $x_0$ . Если же искомая функция имеет производную, то заменим равенство (1) следующим приближенным равенством, имеющим место в малой окрестности точки  $x_0$ .

$$\frac{y(x) - y(x_0)}{x - x_0} \approx y'(x_0) \quad \text{ёки} \quad \frac{\Delta y}{\Delta x} \approx y'(x_0) \quad \Delta x \rightarrow 0$$

После того, как мы закончим вычисления  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  во всех точках, можно наблюдать следующие случаи.

а)  $\frac{\Delta y_i}{\Delta x_i} = B_i = \text{const} \quad B_i = B_{i+1} \quad i=1; N$

В этом случае зависимость является функциональной и имеет вид  $y = a_0 + bx$ . Используя начальные условия, можно быстро найти коэффициенты.

*Интегрируя  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx} = B$ ;  $dy = Bdx$ , получаем  $y = bx + c_0$ , Из  $y(x_0) = bx_0 + c_0$  также находится  $a_0 = y(x_0) - Bx_0$ .*

б)  $\frac{\Delta y_i}{\Delta x_i} = B_i$  и  $B_i$  не является константой. Если колебания этих чисел вокруг средней величины

очень малы, т.е.  $\sqrt{\frac{1}{n} \sum (B_i - \bar{B})^2}$  достаточно малы, то можно принять, что

$$\frac{\Delta y_i}{\Delta x_i} = \frac{dy}{dx} = \bar{B}$$

Где  $B_i = \frac{\Delta y_i}{\Delta x_i}$  и  $\bar{B} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n B_i$

Теперь последним условием, определить  $v = \frac{D}{\bar{B}}$ , то есть какую долю от среднего значения составляет дисперсия. В нашем случае

$$\bar{b} = 150 D = \sqrt{\frac{1}{n} \sum (B_i - \bar{B})^2} = 50 \quad \text{в этом случае} \quad v = \frac{D}{\bar{B}} = \frac{50}{150} = \frac{1}{3} = 0,33$$

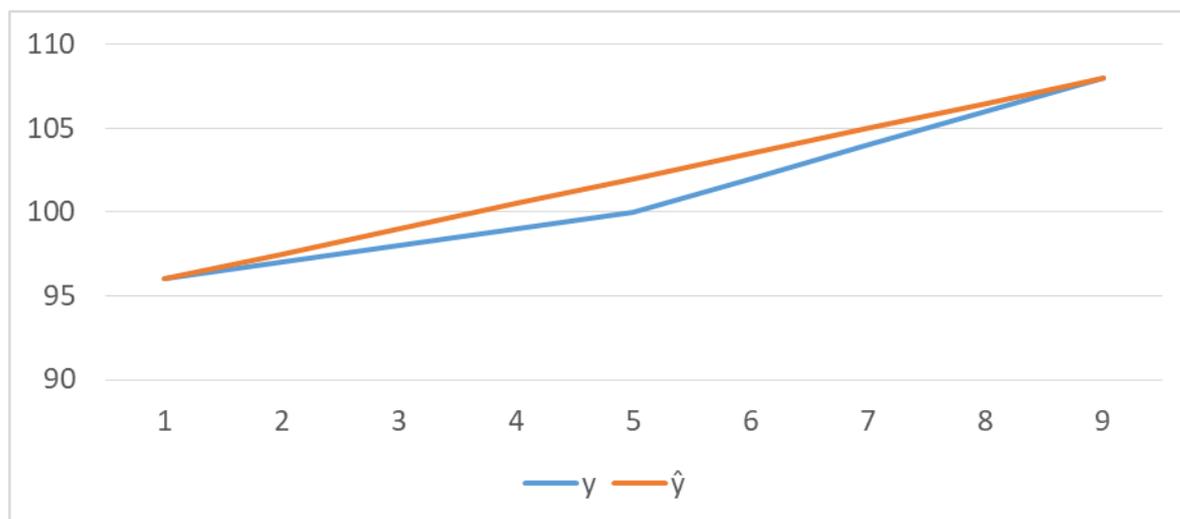
(1-таблица).

Исходя из этого, очевидно, что мы имеем право принять  $\frac{\Delta y_i}{\Delta x_i} = \frac{dy}{dx} = \bar{B} = 150$

Таким образом, имеем дифференциальное уравнение следующего вида:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = 150 \\ y(0.4) = 96 \end{cases}$$

Решая это уравнение на основе начальных условий, получим  $y = 150 \cdot x + 36$ . Сравнивая график функции с фактическими показателями, можно увидеть возможности альтернативного метода. (рис.2)



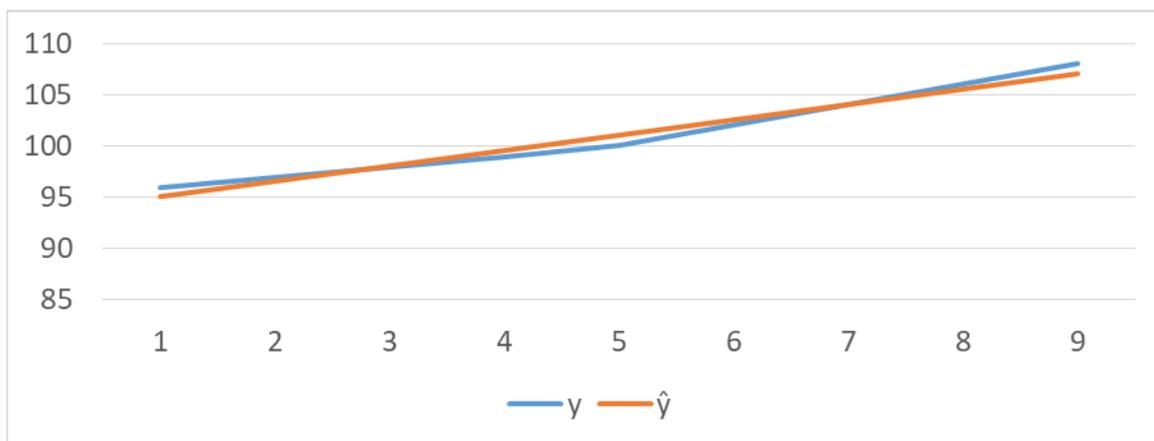
**Рисунок 2. График, показывающий истинные и вычисленные зависимости альтернативным способом.**

Если обратить внимание на цифры таблицы 2, то можно увидеть, что максимальное значение разницы между фактическим и расчетным значениями составляет всего 2 процента от фактического значения. Решая эту задачу традиционными методами (таблица 3), можно увидеть преимущества предложенного метода сравнения результатов (рис.3).

Таблица 3

**Результаты расчета индукции магнитного поля, т.е. величины “х” в диапазоне [0.4; 0.48] (традиционным методом)**

x	y	Ŷ	y-Ŷ
0,4	96	95,1	-0,9
0,41	97	96,6	-0,4
0,42	98	98,1	0,1
0,43	99	99,6	0,6
0,44	100	101,1	1,1
0,45	102	102,6	0,6
0,46	104	104,1	0,1
0,47	106	105,6	-0,4
0,48	108	107,1	-0,9

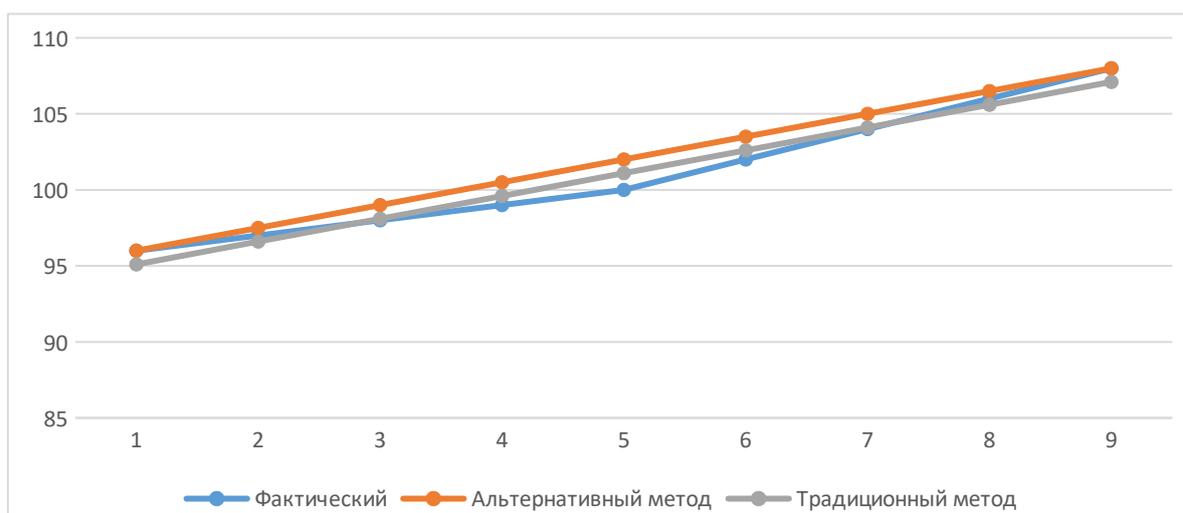


**Рисунок 3. График, показывающий истинные и вычисленные связи традиционным способом.**

Таблица 4

**Таблица сравнения фактических показателей альтернативным и традиционным методом**

Фактически	Альтернативный метод	Традиционный метод
96	96	95,1
97	97,5	96,6
98	99	98,1
99	100,5	99,6
100	102	101,1
102	103,5	102,6
104	105	104,1
106	106,5	105,6
108	108	107,1



**Рисунок 4. Сравнительный график фактических показателей с альтернативным и традиционным методом**

Если рассмотреть приведенные числа в интервале “x”  $[0,49-1,26]$ , то становится ясно, что величина “y” изменяется. В этом разделе мы рассмотрим закон изменения напряжённости

магнитного поля. Исследования показывают, что график корреляции на этом интервале имеет экспоненциальный характер (таблица 5).

Следовательно, “у” ищется в виде  $y=Ae^{bx}$ . Однако, у нас есть только значения функции  $y_i$  в точках  $x_i$ .

Используется альтернативный метод, то есть метод дифференциальных уравнений, а не метод наименьших квадратов. Следовательно, принимаем  $y=Ae^{bx}$ , тогда  $y'=ABe^x$ .

Теперь перейдем к конечным разностям, т. е. исходя из того, что  $\lim_{\Delta x} \frac{\Delta y}{\Delta x} = y'(x_0)$ ,

полагая, что искомая функция имеет производную во всех точках, используя равенство  $\frac{\Delta y}{\Delta x} \approx y'(x_0)$ , рассмотрим, какие условия выполняются, если зависимость показательна

(экспоненциальна). Известно, что,  $\frac{\Delta y}{\Delta x} \approx BAe^{b\Delta x}$ , но так как  $y=Ae^{b\Delta x}$ , то  $\frac{\Delta y}{\Delta x} \approx By$ .

Итак, если зависимость экспоненциальная, то должно быть  $\frac{\Delta y}{\Delta x * y} = B = const$ . Теперь

вычислим для рассматриваемых цифр  $\Delta y_i$  и  $\Delta x_i$ , исходя из них, вычислим выражения  $\frac{\Delta y_i}{y_i * \Delta x_i}$ .

Цифры в столбце 6 таблицы 5 являются значениями  $\frac{\Delta y_i}{y_i * \Delta x_i}$ , и это значение изменяется в

пределах 2,2-3,13. Таким образом, мы можем принять среднее значение столбца 6 в качестве “В”

как  $\frac{\Delta y_i}{y_i \Delta x_i} = \frac{dy}{dx * y} = B$ , и тогда мы имеем  $\frac{y'}{y} = B$ . Таким образом, “В” равно среднему значению 6-

го столбца и  $B=2,7$ . Поскольку значения “В” известны, для  $y=Ae^{bx}$  мы определяем только “А” на основе начального условия. При этом  $y=Ae^{2,7}$

$$y = A e^{2,7 * x_0} 111 = A e^{2,7 * 0,49} A = \frac{111}{e^{2,7 * 0,49}} = 29,55$$

Следовательно, искомая функция имеет следующий вид:  $y = 29,55 e^{2,7 * x}$

Таблица 5

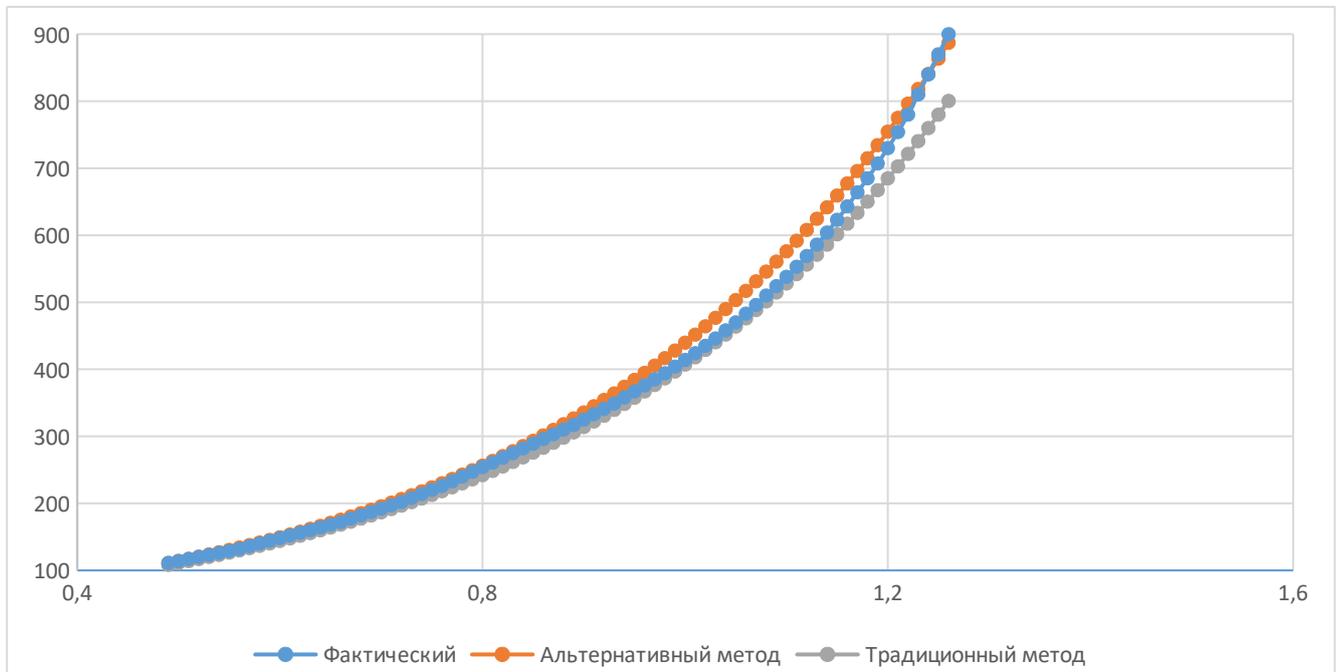
Таблица сравнения фактических показателей с расчетами альтернативным и традиционным методами

Фактически						Альтернативный метод		Традиционный метод	
X	y	Δx	Δy	Δy/Δx	Δy/Δx/y	Ŷ	y-Ŷ	ŷ	y-ŷ
0,49	111					110,9505	0,05	108,1	-2,9
0,5	114	0,01	3	300,0	2,6	113,9869	0,01	111,0	-3,0
0,51	117	0,01	3	300,0	2,6	117,1065	-0,11	113,9	-3,1
0,52	120	0,01	3	300,0	2,5	120,3114	-0,31	116,9	-3,1
0,53	123	0,01	3	300,0	2,4	123,6041	-0,60	120,0	-3,0
0,54	126	0,01	3	300,0	2,4	126,9869	-0,99	123,1	-2,9
0,55	129	0,01	3	300,0	2,3	130,4622	-1,46	126,4	-2,6
0,56	132	0,01	3	300,0	2,3	134,0327	-2,03	129,7	-2,3
0,57	136	0,01	4	400,0	2,9	137,7009	-1,70	133,1	-2,9
0,58	140	0,01	4	400,0	2,9	141,4694	-1,47	136,6	-3,4
0,59	144	0,01	4	400,0	2,8	145,3412	-1,34	140,2	-3,8
0,6	148	0,01	4	400,0	2,7	149,3188	-1,32	143,9	-4,1
0,61	152	0,01	4	400,0	2,6	153,4053	-1,41	147,7	-4,3
0,62	156	0,01	4	400,0	2,6	157,6037	-1,60	151,6	-4,4
0,63	160	0,01	4	400,0	2,5	161,917	-1,92	155,6	-4,4
0,64	164	0,01	4	400,0	2,4	166,3483	-2,35	159,7	-4,3

0,65	168	0,01	4	400,0	2,4	170,9009	-2,90	163,9	-4,1
0,66	172	0,01	4	400,0	2,3	175,5781	-3,58	168,2	-3,8
0,67	177	0,01	5	500,0	2,8	180,3832	-3,38	172,6	-4,4
0,68	182	0,01	5	500,0	2,7	185,3199	-3,32	177,2	-4,8
0,69	187	0,01	5	500,0	2,7	190,3917	-3,39	181,8	-5,2
0,7	192	0,01	5	500,0	2,6	195,6023	-3,60	186,6	-5,4
0,71	197	0,01	5	500,0	2,5	200,9556	-3,96	191,5	-5,5
0,72	202	0,01	5	500,0	2,5	206,4553	-4,46	196,6	-5,4
0,73	208	0,01	6	600,0	2,9	212,1055	-4,11	201,8	-6,2
0,74	214	0,01	6	600,0	2,8	217,9104	-3,91	207,1	-6,9
0,75	220	0,01	6	600,0	2,7	223,8741	-3,87	212,5	-7,5
0,76	226	0,01	6	600,0	2,7	230,001	-4,00	218,1	-7,9
0,77	233	0,01	7	700,0	3,0	236,2956	-3,30	223,9	-9,1
0,78	240	0,01	7	700,0	2,9	242,7625	-2,76	229,8	-10,2
0,79	247	0,01	7	700,0	2,8	249,4064	-2,41	235,8	-11,2
0,8	254	0,01	7	700,0	2,8	256,2321	-2,23	242,0	-12,0
0,81	261	0,01	7	700,0	2,7	263,2446	-2,24	248,4	-12,6
0,82	268	0,01	7	700,0	2,6	270,4491	-2,45	255,0	-13,0
0,83	275	0,01	7	700,0	2,5	277,8507	-2,85	261,7	-13,3
0,84	282	0,01	7	700,0	2,5	285,4548	-3,45	268,6	-13,4
0,85	289	0,01	7	700,0	2,4	293,2671	-4,27	275,7	-13,3
0,86	296	0,01	7	700,0	2,4	301,2932	-5,29	282,9	-13,1
0,87	303	0,01	7	700,0	2,3	309,5389	-6,54	290,4	-12,6
0,88	310	0,01	7	700,0	2,3	318,0103	-8,01	298,0	-12,0
0,89	317	0,01	7	700,0	2,2	326,7135	-9,71	305,9	-11,1
0,9	325	0,01	8	800,0	2,5	335,655	-10,65	313,9	-11,1
0,91	333	0,01	8	800,0	2,4	344,8411	-11,84	322,2	-10,8
0,92	341	0,01	8	800,0	2,3	354,2786	-13,28	330,7	-10,3
0,93	349	0,01	8	800,0	2,3	363,9745	-14,97	339,4	-9,6
0,94	358	0,01	9	900,0	2,5	373,9357	-15,94	348,3	-9,7
0,95	367	0,01	9	900,0	2,5	384,1695	-17,17	357,5	-9,5
0,96	376	0,01	9	900,0	2,4	394,6833	-18,68	366,9	-9,1
0,97	385	0,01	9	900,0	2,3	405,4849	-20,48	376,6	-8,4
0,98	394	0,01	9	900,0	2,3	416,5822	-22,58	386,5	-7,5
0,99	404	0,01	10	1000,0	2,5	427,9831	-23,98	396,7	-7,3
1	414	0,01	10	1000,0	2,4	439,6961	-25,70	407,1	-6,9
1,01	424	0,01	10	1000,0	2,4	451,7296	-27,73	417,9	-6,1
1,02	435	0,01	11	1100,0	2,5	464,0924	-29,09	428,9	-6,1
1,03	446	0,01	11	1100,0	2,5	476,7936	-30,79	440,2	-5,8
1,04	458	0,01	12	1200,0	2,6	489,8424	-31,84	451,8	-6,2
1,05	470	0,01	12	1200,0	2,6	503,2483	-33,25	463,7	-6,3
1,06	483	0,01	13	1300,0	2,7	517,0211	-34,02	475,9	-7,1
1,07	496	0,01	13	1300,0	2,6	531,1709	-35,17	488,4	-7,6
1,08	510	0,01	14	1400,0	2,7	545,7078	-35,71	501,3	-8,7
1,09	524	0,01	14	1400,0	2,7	560,6427	-36,64	514,5	-9,5
1,1	538	0,01	14	1400,0	2,6	575,9862	-37,99	528,0	-10,0
1,11	553	0,01	15	1500,0	2,7	591,7497	-38,75	541,9	-11,1
1,12	569	0,01	16	1600,0	2,8	607,9446	-38,94	556,2	-12,8
1,13	586	0,01	17	1700,0	2,9	624,5827	-38,58	570,9	-15,1
1,14	604	0,01	18	1800,0	3,0	641,6762	-37,68	585,9	-18,1
1,15	623	0,01	19	1900,0	3,0	659,2374	-36,24	601,3	-21,7
1,16	643	0,01	20	2000,0	3,1	677,2793	-34,28	617,2	-25,8
1,17	664	0,01	21	2100,0	3,2	695,8149	-31,81	633,4	-30,6
1,18	685	0,01	21	2100,0	3,1	714,8579	-29,86	650,1	-34,9
1,19	707	0,01	22	2200,0	3,1	734,422	-27,42	667,2	-39,8
1,2	730	0,01	23	2300,0	3,2	754,5215	-24,52	684,8	-45,2
1,21	754	0,01	24	2400,0	3,2	775,1711	-21,17	702,8	-51,2
1,22	780	0,01	26	2600,0	3,3	796,3858	-16,39	721,4	-58,6
1,23	810	0,01	30	3000,0	3,7	818,1811	-8,18	740,4	-69,6
1,24	840	0,01	30	3000,0	3,6	840,573	-0,57	759,9	-80,1
1,25	870	0,01	30	3000,0	3,4	863,5776	6,42	779,9	-90,1

				Среднее значение	2,7				
--	--	--	--	------------------	-----	--	--	--	--

Таблица показывает, что предлагаемый нами метод потенциально может заменить метод наименьших квадратов. Если посмотреть на разницу между фактическими и расчётными параметрами каждого метода, то она невелика. Это говорит о том, что предлагаемый нами метод даёт те же результаты, что и метод наименьших квадратов.



**Рисунок 5. Сравнительный график фактических показателей с альтернативным и традиционным методом**

Сравнение показателей таблицы на графике также показывает, что результаты уравнения регрессии, выполненные альтернативным и традиционным методами, очень близки к фактическим показателям. (Рисунок 5) Это также показывает преимущество альтернативного метода и можно сказать, что он отличается от традиционного (метод наименьших квадратов) простотой и удобством.

Теперь, если рассмотреть заданные числа в интервале “x” [1,26–1,96], становится ясно, что малость “y” меняется даже в этом случае. В этом разделе мы рассмотрим закон изменения напряжённости магнитного поля. Исследования показывают, что график зависимости в этом интервале имеет экспоненциальный характер. (Таблица 6)

Здесь также в качестве “B” принимается среднее значение столбца 6

$$\frac{\Delta y_i}{y_i \Delta x_i} = \frac{dy}{dx * y} = B \text{ и тогда имеем } \frac{y'}{y} = B.$$

Таким образом, оказалось, что “B” равно среднему значению 6-го столбца и B=5.4. Поскольку значения “B” известны, мы определяем только “A” на основе начального условия для  $y = Ae^{bx}$ . При этом  $y = Ae^{5,4}$

$$y = A e^{5,4 * x_0} 111 = A e^{2,7 * 1,26} A = \frac{900}{e^{5,4 * 1,26}} = 0,9983$$

Следовательно, искомая функция имеет следующий вид:  $y = 0.9983 e^{5,4 * x}$

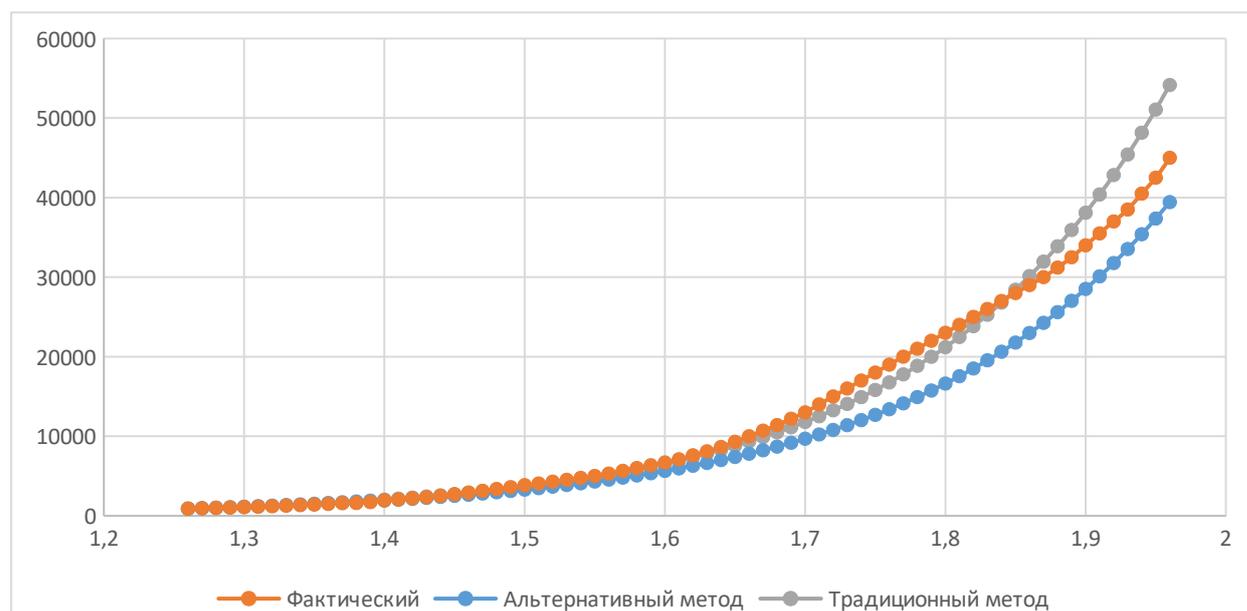
Таблица 6

**Таблица сравнения фактических показателей с расчетами альтернативным и традиционным методами**

Фактически		Альтернативный метод $0,99*EXP(5,4*X)$				Традиционный метод $y=0,5539*EXP(5,8624*X)$	
X	y	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta y/\Delta x$	$\Delta y/\Delta x/y$	$\hat{Y}$	$\hat{Y}$
1,26	900					899,913	894,1315
1,27	940	0,01	40	4000,0	4,3	949,845	948,116
1,28	980	0,01	40	4000,0	4,1	1002,55	1005,36
1,29	1030	0,01	50	5000,0	4,9	1058,17	1066,06
1,3	1080	0,01	50	5000,0	4,6	1116,88	1130,425
1,31	1140	0,01	60	6000,0	5,3	1178,85	1198,676
1,32	1200	0,01	60	6000,0	5,0	1244,26	1271,048
1,33	1270	0,01	70	7000,0	5,5	1313,3	1347,789
1,34	1340	0,01	70	7000,0	5,2	1386,17	1429,164
1,35	1410	0,01	70	7000,0	5,0	1463,08	1515,452
1,36	1490	0,01	80	8000,0	5,4	1544,26	1606,949
1,37	1590	0,01	100	10000,0	6,3	1629,94	1703,971
1,38	1600	0,01	10	1000,0	0,6	1720,38	1806,851
1,39	1720	0,01	120	12000,0	7,0	1815,83	1915,942
1,4	1940	0,01	220	22000,0	11,3	1916,58	2031,62
1,41	2060	0,01	120	12000,0	5,8	2022,92	2154,282
1,42	2200	0,01	140	14000,0	6,4	2135,16	2284,35
1,43	2340	0,01	140	14000,0	6,0	2253,63	2422,271
1,44	2500	0,01	160	16000,0	6,4	2378,67	2568,519
1,45	2700	0,01	200	20000,0	7,4	2510,65	2723,597
1,46	2920	0,01	220	22000,0	7,5	2649,96	2888,039
1,47	3140	0,01	220	22000,0	7,0	2796,99	3062,408
1,48	3370	0,01	230	23000,0	6,8	2952,18	3247,306
1,49	3600	0,01	230	23000,0	6,4	3115,98	3443,366
1,5	3850	0,01	250	25000,0	6,5	3288,87	3651,265
1,51	4060	0,01	210	21000,0	5,2	3471,35	3871,715
1,52	4290	0,01	230	23000,0	5,4	3663,96	4105,476
1,53	4520	0,01	230	23000,0	5,1	3867,25	4353,35
1,54	4760	0,01	240	24000,0	5,0	4081,82	4616,19
1,55	5000	0,01	240	24000,0	4,8	4308,3	4894,899
1,56	5300	0,01	300	30000,0	5,7	4547,34	5190,436
1,57	5650	0,01	350	35000,0	6,2	4799,65	5503,816
1,58	6000	0,01	350	35000,0	5,8	5065,96	5836,117
1,59	6350	0,01	350	35000,0	5,5	5347,04	6188,481
1,6	6700	0,01	350	35000,0	5,2	5643,72	6562,119
1,61	7100	0,01	400	40000,0	5,6	5956,86	6958,317
1,62	7600	0,01	500	50000,0	6,6	6287,37	7378,435
1,63	8100	0,01	500	50000,0	6,2	6636,22	7823,919
1,64	8650	0,01	550	55000,0	6,4	7004,43	8296,3
1,65	9300	0,01	650	65000,0	7,0	7393,07	8797,201
1,66	10000	0,01	700	70000,0	7,0	7803,27	9328,345
1,67	10700	0,01	700	70000,0	6,5	8236,23	9891,557
1,68	11400	0,01	700	70000,0	6,1	8693,22	10488,77

1,69	12200	0,01	800	80000,0	6,6	9175,56	11122,05
1,7	13000	0,01	800	80000,0	6,2	9684,66	11793,56
1,71	14000	0,01	1000	100000,0	7,1	10222	12505,61
1,72	15000	0,01	1000	100000,0	6,7	10789,2	13260,66
1,73	16000	0,01	1000	100000,0	6,2	11387,8	14061,29
1,74	17000	0,01	1000	100000,0	5,9	12019,7	14910,26
1,75	18000	0,01	1000	100000,0	5,6	12686,6	15810,49
1,76	19000	0,01	1000	100000,0	5,3	13390,5	16765,07
1,77	20000	0,01	1000	100000,0	5,0	14133,4	17777,29
1,78	21000	0,01	1000	100000,0	4,8	14917,6	18850,62
1,79	22000	0,01	1000	100000,0	4,5	15745,3	19988,75
1,8	23000	0,01	1000	100000,0	4,3	16618,9	21195,6
1,81	24000	0,01	1000	100000,0	4,2	17541	22475,32
1,82	25000	0,01	1000	100000,0	4,0	18514,3	23832,3
1,83	26000	0,01	1000	100000,0	3,8	19541,6	25271,21
1,84	27000	0,01	1000	100000,0	3,7	20625,8	26796,99
1,85	28000	0,01	1000	100000,0	3,6	21770,2	28414,9
1,86	29000	0,01	1000	100000,0	3,4	22978,1	30130,49
1,87	30000	0,01	1000	100000,0	3,3	24253,1	31949,66
1,88	31200	0,01	1200	120000,0	3,8	25598,7	33878,67
1,89	32500	0,01	1300	130000,0	4,0	27019,1	35924,14
1,9	34000	0,01	1500	150000,0	4,4	28518,2	38093,12
1,91	35500	0,01	1500	150000,0	4,2	30100,5	40393,04
1,92	37000	0,01	1500	150000,0	4,1	31770,7	42831,83
1,93	38500	0,01	1500	150000,0	3,9	33533,4	45417,87
1,94	40500	0,01	2000	200000,0	4,9	35394	48160,04
1,95	42500	0,01	2000	200000,0	4,7	37357,9	51067,77
1,96	45000	0,01	2500	250000,0	5,6	39430,6	54151,06
				<b>Среднее значение</b>	<b>5,4</b>		

6). Для более четкого представления табличных показателей сравним их и на графике (рис. 6).



## Рисунок 6. Сравнительный график фактических показателей с альтернативным и традиционным методом

Если обратить внимание на данные числа в интервале “х” [1.97-2.29], то становится ясно, что “у” линейно. В этом разделе мы обсудим, как изменяется напряжённость магнитного поля. Исследования показывают, что график зависимости в этом интервале прямолинейный. (Таблица 7)

Таблица 7

**Таблица сравнения фактических показателей с расчетами альтернативным и традиционным методами**

Фактически		Альтернативный метод $y=7781125x-1481906,3$					Традиционный метод $Y=789890x-1509722,6$	
х	у	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta y/\Delta x$	$\hat{y}$	$y-\hat{y}$	$\hat{y}$	$y-\hat{y}$
1,97	51000	1,97			50999,9		46360,7	4639,3
1,98	57000	0,01	6000	600000	58781,2	10,53	54259,6	2740,4
1,99	63000	0,01	6000	600000	66562,4	9,52	62158,5	841,5
2	70000	0,01	7000	700000	74343,7	10,00	70057,4	-57,4
2,01	77000	0,01	7000	700000	82124,9	9,09	77956,3	-956,3
2,02	84500	0,01	7500	750000	89906,2	8,88	85855,2	-1355,2
2,03	92000	0,01	7500	750000	97687,4	8,15	93754,1	-1754,1
2,04	100000	0,01	8000	800000	105469	8,00	101653	-1653
2,05	108000	0,01	8000	800000	113250	7,41	109551,9	-1551,9
2,06	116000	0,01	8000	800000	121031	6,90	117450,8	-1450,8
2,07	124000	0,01	8000	800000	128812	6,45	125349,7	-1349,7
2,08	138000	0,01	14000	1400000	136594	10,14	133248,6	4751,4
2,09	140000	0,01	2000	200000	144375	1,43	141147,5	-1147,5
2,1	148000	0,01	8000	800000	152156	5,41	149046,4	-1046,4
2,11	156000	0,01	8000	800000	159937	5,13	156945,3	-945,3
2,12	164000	0,01	8000	800000	167719	4,88	164844,2	-844,2
2,13	172000	0,01	8000	800000	175500	4,65	172743,1	-743,1
2,14	180000	0,01	8000	800000	183281	4,44	180642	-642
2,15	188000	0,01	8000	800000	191062	4,26	188540,9	-540,9
2,16	196000	0,01	8000	800000	198844	4,08	196439,8	-439,8
2,17	204000	0,01	8000	800000	206625	3,92	204338,7	-338,7
2,18	212000	0,01	8000	800000	214406	3,77	212237,6	-237,6
2,19	220000	0,01	8000	800000	222187	3,64	220136,5	-136,5
2,2	228000	0,01	8000	800000	229969	3,51	228035,4	-35,4
2,21	236000	0,01	8000	800000	237750	3,39	235934,3	65,7
2,22	244000	0,01	8000	800000	245531	3,28	243833,2	166,8
2,23	252000	0,01	8000	800000	253312	3,17	251732,1	267,9
2,24	260000	0,01	8000	800000	261094	3,08	259631	369

2,25	268000	0,01	8000	800000	268875	2,99	267529,9	470,1
2,26	276000	0,01	8000	800000	276656	2,90	275428,8	571,2
2,27	284000	0,01	8000	800000	284437	2,82	283327,7	672,3
2,28	292000	0,01	8000	800000	292219	2,74	291226,6	773,4
2,29	300000	0,01	8000	800000	300000	2,67	299125,5	874,5

Таким образом, для повышения точности процесса, предполагаемого одной функцией, можно иметь 4 функции:

1.  $y=150 \cdot x+36$ , если “ $x$ ” находится в диапазоне  $[0.4-0.48]$
2.  $y=29.55 e^{2.7 \cdot x}$  если “ $x$ ” находится в диапазоне  $[0.49-1.25]$ .
3.  $y=0.9983 e^{5.4 \cdot x}$  если “ $x$ ” находится в диапазоне  $[1.26-1.96]$ .
4.  $y=772 \cdot x-1 \cdot 471 \cdot 272$ , если “ $x$ ” находится в интервале  $[1.97-2.27]$ .

## ВЫВОД

В заключение можно сказать, что в результате исследования была рассмотрена возможность решения следующих проблем:

1. Теоретически и практически подтверждено, что при построении моделей сложных процессов предпочтительнее не единая функция, а ступенчатое изучение с разделением частей на промежутки.

2. В процессе моделирования было доказано, что дифференциальный метод, предложенный авторами, может быть применен без отличий от существующих методов. Для доказательства этого факта были использованы сложные вычислительные процессы и методы сравнения графиков.

3. На примерах доказана теория о том, что критерии выбора построения моделей вида  $y=A e^{Bx}$  с помощью дифференциального метода  $B \approx \frac{\Delta y_i}{\Delta x_i \cdot y_i}$  являются приблизительно

постоянными, можно принять действительным  $B = \frac{\sum \frac{\Delta y_i}{\Delta x_i \cdot y_i}}{n}$  и можно считать теорией.

## Список литературы

1. Монтгомери Д., Пек Е., Вининг Г. Introduction to Linear Regression Analysis. — Нью-Йорк: Wiley, 2021. — 712 p. (Montgomery D., Peck E., Vining G. — Introduction to Linear Regression Analysis (2021)) [www.kwcsangli.in](http://www.kwcsangli.in)
2. Дрейпер Н., Смит Г. Applied Regression Analysis. — Нью-Йорк: Wiley, 1998. — 736 p.
3. Грин У. Х. Econometric Analysis. — Нью-Йорк: Pearson, 2018. — 1178 p.
4. Вулдридж Дж. Introductory Econometrics: A Modern Approach. — Бостон: Cengage, 2020. — 824 p.
5. Очилов Ш.Б., Бобоев А.Ч., Акрамова О.К. Пути повышения инвестиционной привлекательности регионов за счет снижения инвестиционных рисков в сельском хозяйстве //Информатика. Экономика. Управление/Informatics. Economics. Management. — 2024. — Т. 3. — №. 1. — С. 0401-0410.
6. Очилов Ш.Б., Акрамова О.К., Расулова Н.Н. Альтернативный метод построения корреляционных моделей колебательных процессов //Информатика. Экономика. Управление/Informatics. Economics. Management. — 2025. — Т. 4. — №. 1. — С. 2001-2009.
7. Азимов Б. Ф., Рахимова Д. Д. Экономическая безопасность и ее социально-экономическое значение //Редакционная коллегия. — 2022. — С. 61.

- 8.Расулова, НН (2023). Внешнеэкономическая деятельность как фактор обеспечения экономической безопасности. *Confrencea* , 4 (04), 110-113.
- 9.Ochilov S. et al. Application of computational method for differential equations for constructing correlation models //Optical and Computational Technologies for Measurements and Industrial Applications (OptiComp 2025). – SPIE, 2025. – Т. 13803. – С. 230-237.