

УДК 517.977.5+631.672.4

**РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ ОПТИМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЕ
ВОДЫ В УСЛОВИЯХ ДИСКРЕТНОСТИ ВОДОПОДАЧИ**

¹Аъзам Турсунович Худайбердиев

*¹Кандидат физико-математических наук, доцент,
университет Экономики и педагогики, Карши, Узбекистан*

**DEVELOPMENT OF METHODS FOR OPTIMAL WATER
DISTRIBUTION UNDER CONDITIONS OF DISCRETE WATER SUPPLY**

¹Azam Tursunovich Khudaiberdiev

*¹Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor,
University of Economics and Pedagogics, Karshi, Uzbekistan*

АННОТАЦИЯ

В статье рассматриваются вопросы разработки методов оптимального распределения водных ресурсов в условиях дискретной водоподачи, характерной для оросительных систем с регулируемыми режимами работы. Предложены математические модели и алгоритмы, учитывающие временную неравномерность подачи воды, ограничения пропускной способности каналов и требования водопользователей.

Следовательно, изучены оптимизации графиков водораспределения с целью минимизации потерь и повышения эффективности использования водных ресурсов. Проведен анализ применимости разработанных методов в условиях реальных ирригационных систем, и полученные результаты могут быть использованы при проектировании и управлении водохозяйственными объектами.

ABSTRACT

This article examines the development of methods for optimal water resource distribution under discrete water supply conditions, typical of irrigation systems with controlled operating modes. Mathematical models and algorithms are proposed that take into account temporal unevenness in water supply, channel capacity limitations, and water user requirements.

Consequently, optimization of water distribution schedules is studied to minimize losses and improve water resource efficiency. An analysis of the applicability of the developed methods to real-world irrigation systems is

conducted, and the results obtained can be used in the design and management of water management facilities.

Ключевые слова: *оптимальное распределение воды, дискретная водоподача, ирригационные системы, математическое моделирование, оптимизация, водные ресурсы.*

Key words: *optimal water distribution, discrete water supply, irrigation systems, mathematical modeling, optimization, water resources.*

Оптимальное распределение воды в ирригационных системах в условиях дискретности водоподачи формулируется как задача оптимального управления системами с распределёнными параметрами или как задача оптимизации систем с распределёнными параметрами [1, 2].

Основными методами оптимизации, используемые в данной работе являются методы, основанные на необходимых условиях оптимальности, которые основаны на определении градиента или первого производного по вариации управления рассматриваемого функционала, которыми являются выбранные критерии оптимальности.

Ниже проанализируем методы, использующие необходимые условия оптимальности для задач оптимального распределения воды в ирригационных системах в условиях дискретности водоподачи.

Градиентный метод минимизации применяется для приближенного решения задачи:

$$I(u_m(t)) \Rightarrow \min; \quad u_m(t) \in H, \quad (1)$$

где, H – гильбертово пространство основано на построении минимизирующей последовательности, которую можно записать в виде

$$u_{m+1}(t) = u_m(t) - \alpha_m I'(u_m(t)), \quad t_0 \leq t \leq T, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

где $u_0(t)$ – некоторое заданное начальное значение управляющего воздействия, α_m – положительная величина, I' – градиент функционала, рассчитанный по известному значению $u_m(t)$. Если $I'(u_m(t)) \neq 0$, то α_m можно выбрать так, чтобы $I(u_{m+1}(t)) < I(u_m(t))$.

Из условий дважды дифференцируемости критерия оптимальности, имеем:

$$I(u_{m+1}(t)) - I(u_m(t)) = \alpha_m (- \|I'(u_m(t))\|^2 + O(\alpha_m)) < 0 \quad (3)$$

При всех достаточно малых $\alpha_m > 0$, если $I'(u_m(t)) \neq 0$, то процесс (2) прекращается при удовлетворении заданной точности задачи и при

необходимости проводится дополнительные исследования поведения функции в окрестности управления $u_m(t)$ для выяснения того, будет ли $u_m(t)$ принадлежать к оптимальному управлению, т.к. для задач оптимального распределения воды в ирригационных системах в условиях дискретности водоподдачи все критерии оптимальности являются выпуклыми функциями, поэтому полученные управления являются близкими к оптимальному управлению [3].

Существует различные способы выбора величины α_m . Перечислим некоторые из них:

1) α_m выбирается из условия:

$$f_m(\alpha_m) = \inf_{\alpha_m \geq 0} f_m(\alpha_m) = f_{m^*}, \quad f_m(\alpha_m) = I(u_m(t) - \alpha_m I'(u_m(t))), \quad (4)$$

этот вариант градиентного метода принято называть *методом наискорейшего спуска*.

Точное определение величины α_m из (3.4) не всегда возможно, поэтому на практике вместо (3.4) пользуются условием:

$$f_{m^*} \leq f_m(\alpha_m) = f_{m^* + \delta_m}, \quad \delta_m \geq 0, \quad \sum_{m=1}^{\infty} \delta_m \leq \epsilon, \quad (5)$$

или

$$f_{m^*} \leq f_m(\alpha_m) = (1 - \lambda_m) f_m^{(0)} + \lambda_m f_{m^*}, \quad 0 < \lambda_m \leq 1, \quad (6)$$

Величины λ_m, δ_m здесь характеризуют погрешность выполнения условия (4).

2) полагают $\alpha_m = \alpha > 0$, затем проверяют условие монотонности $I(u_{m+1}) < I(u_m)$ и, при необходимости, дробят величину α , добиваясь выполнения условия монотонности.

3) иногда α_m определяет из условий

$$0 < \epsilon_0 \leq \alpha_m \leq 2/(L + 2\epsilon), \quad (7)$$

Где, L – константа Липшица; ϵ, ϵ_m – положительные числа, являющиеся параметрами метода.

4) возможен выбор α_m из условия

$$I(u_m) - I(u_m - \alpha_m I'(u_m)) \geq \epsilon \alpha_m \|I'(u_m)\|^2, \quad \epsilon < 0, \quad (8)$$

для определения α_m , обычно задают $\alpha_m = \alpha$ и затем его дробят до тех пор, пока не выполняется выписанное неравенство.

5) возможно априорное задание величин α_m из условий

$$\alpha_m > 0, \quad m=0,1,2,\dots, \quad \sum_{m=0}^{\infty} \alpha_m = 0, \quad \sum_{m=0}^{\infty} \alpha_m^2 < \infty \quad (9)$$

Например, можно принять $\alpha_m = c(k+I)^{-b}$, $c = \text{const} > 0$, $1/2 < b < 1$. Такой выбор α_m прост для реализации, но не гарантирует условия выполнения монотонности и сходится медленно.

б) в тех случаях, когда заранее известна величина $I_i = \inf I(u_m) > -\infty$, можно принять

$$I_i = \inf I(u_m) > -\infty, \quad \alpha_m = I(u_m(t)) - I_i / \|I'(u_m(t))\|^2, \quad (10)$$

На практике итерационных методов итерации продолжают до тех пор, пока не выполняется какой-либо условия, т.е. критерий окончания счета [4, 5].

При этом, возможно использование таких критериев окончания счета как в виде следующего уравнения:

$$\|u_m(t) - u_{m+1}(t)\| \leq \varepsilon, \quad \text{и} \quad |I(u_m(t)) - I(u_{m+1}(t))| \leq \delta, \quad \text{и} \quad \|I'(u_m(t))\| \leq \gamma, \quad (11)$$

где, ε , δ , ε и γ – заданные числа. Иногда для проведения расчётов задают число итераций.

ЛИТЕРАТУРА

1. A.Seytov, O.Abdurakhmanov, A.Kakhkhorov, D.Karimov, D.Abduraimov. Modeling of two-dimensional unsteady water of movement in open channels. E3S Web of Conferences, 2024, 486, 01023.

2. Turaev, R., Seytov, A., Kuldasheva, S., Nortojev, U. Algorithms for calculating limits in water management in irrigation systems. E3S Web of Conferences, 2023, 401, 02016.

3. Aybek Seytov; Lyudmila Varlamova; Niyetbay Uteuliev; Sherzod Yadgarov; Dauletyar Seytimbetov. Usage of finite element method for modeling twodimensional unsteady water movement in open channels. AIP Conf. Proc. 3147, 030034 (2024). <https://doi.org/10.1063/5.0210332>.

4. Aybek Seytov; Azimjon Khusanov; Niyetbay Uteuliev; Sherzod Yadgarov; Dauletyar Seytimbetov. Development of algorithms for modelling water management processes on main canals. AIP Conf. Proc. 3147, 030032 (2024). <https://doi.org/10.1063/5.0210329>.

5. Aybek Seytov; Azimjon Khusanov; Azam Khudayberdiev; Niyetbay Uteuliev; Sherzod Yadgarov; Dauletyar Seytimbetov; Otabek Ergashev; Olim Abduraxmanov. Development of algorithms for solving problems of optimisation

of water resource management in irrigation systems. AIP Conf. Proc. 3147, 030033 (2024). <https://doi.org/10.1063/5.0210330>.