УДК: 004.032.22, 004.8, 007.5, 316.4, 330.1, 519.24

Соловьёв А.С., пенсионер
Россия, г. Ростов-на-Дону

АНАЛИЗ СОЦИАЛЬНЫХ И ЭКОНОМИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

Аннотация. *Рассматривается оценка работы паутинных сетей прямого и обратного распространения, которые появляются при описании процессов производственных и социальных систем, задач торговой сферы, обучения и управления. Каждый элемент сети рассматривается с позиции фундаментальных характеристик материи – взаимной зависимости и обусловленности качества и количества, которые связаны основным метрическим тождеством Пифагора и дают возможность применять а анализе методы математической статистики и математической физики.*

Ключевые слова: *социальные сети, теория выбора, качество, количество, мера, волновая функция, графы, энергия, потенциал, категория.*

Solovyov A. S., Retiree
Russia, Rostov-on-don

ANALYSIS OF SOCIAL AND ECONOMIC NETWORKS

Annotation. *The article considers the evaluation of the work of web networks of direct and reverse disseminations, which appear when describing the processes of production and social systems, tasks of the trade sphere, training and management. Each element of the network is considered from the position of fundamental characteristics of a matter – mutual dependence and conditionality of quality and quantity, which are connected by the Pythagorean fundamental metric identity and they give a chance to apply methods of mathematical statistics and mathematical physics in the analysis.*

Keywords: *social networks, choice theory, quality, quantity, measure, wave function, graphs, energy, potential, category*

Знания человека оценивают как его потенциальные возможности. Определённые знания человека - его внутренний *потенциал*. Любые знания формируются в процессе обучения в школе, ВУЗе, в процессе самообразования. Особое место в обществе занимает человек умеющий применять свои способности, свои знания на практике, мобилизовать их в направлении достижения определённой цели. Такой социальный субъект воспринимается как деловой энергичный целеустремлённый человек, предприниматель.

Однако, социальная структура в силу разных причин не всегда должным образом оказывает поддержку молодому человеку. А иногда оказывает и прямое сопротивление. Поэтому мы видим большое многообразие путей восхождения по социальной лестнице. Хотя у любого субъекта существует множество возможностей у каждого индивида существует единственный, свой жизненный путь, своя *мировая линия* в системе отсчёта.

Представим социальную структуру как множество N возможностей субъекта. На этом множестве построим иерархическую систему горизонтальных срезов и зафиксируем четыре произвольных из них N_α, N_β, N_γ, N_δ, где $\alpha<\beta<\gamma<\delta \in A$, полагая α срезом высшего уровня. Каждый срез разобьём на классы - специализированные подмножества, так, что каждый элемент $l \in N_\delta$ определяет свой класс $[l]$. Будем полагать, что каждому элементу более высокого уровня можно поставить определённый класс элементов на любом более низком уровне. Получаем последовательность фактор-множеств N_δ/N_γ, N_γ/N_β, N_β/N_α .

Наложение H^δ_γ: $N_\delta \to N_\gamma$ приводит к расслоению

(1) $$Ker\ H^\delta_\gamma = \{N_\delta(k) |\ k \in N_\gamma\}.$$

Отсюда следует, что для любого активного представителя l класса $[l] = N_\delta(k)$ ближайшей целью является достижение состояния элемента $k \in N_\gamma$ на более высоком срезе социальной структуры, т.е. между элементами l и k существует связь $h^l_k \in H^\delta_\gamma$. Если обозначить множество всех вертикальных связей в данной структуре величиной H, то такая структура со множеством элементов N и множеством связей между ними H представляет сеть и математически определяется как малая категория

(2) $$K = (N, H).$$

Фиксированная структура элементов и связей между ними называется архитектурой сети. Наложение (1) в операторном виде представим соотношением

(3) $$N_{\gamma} = H^{\delta}{}_{\gamma} N_{\delta}.$$

Так представленная социальная структура по определению является графической структурой. Любой её срез делит её на две части: верхнюю структуру, для которой этот срез является нижней границей, и нижнюю структуру, для которой срез служит верхней границей. Поскольку на практике, как правило, рассматриваются конечные структуры, то структуру можно рассматривать как слой, а структура со срезами будет слоистым "пирогом".

Состояние системы в любой момент времени t определяется функтором $X = X(t)$ на категории (2)

(4) $$X(K) = (X(N), X(H)).$$

Для состояния элементов срезов структуры и связей между ними введём обозначения

(5) $$X_{\alpha} = X(N_{\alpha}), \qquad A^{\beta}{}_{\alpha} = X(H^{\beta}{}_{\alpha}).$$

В этих обозначениях равенство (3) принимает вид

(6) $$X_{\alpha} = A^{\beta}{}_{\alpha} X_{\beta},$$

из которого для поэлементного соотношения имеем

(7) $$\boldsymbol{x}_k = a_k + \sum A^{l}{}_{k} \boldsymbol{x}_l, \qquad k \in N_{\alpha}.$$

Здесь суммирование проводится по элементам l множества $N_{\beta}(k)$, т.е. по сопряжённым элементам элементу $k \in N_{\alpha}$ среза N_{β}, a_k - скаляр, а $\boldsymbol{x}_l$ и $\boldsymbol{x}_k$ - кватернионы. Скалярная величина предназначена для стимулирования действия k-го узла в виде управляющего воздействия. Для производственных систем такое представление в "архитектуре сетей прямого распространения" [1] естественно поскольку, например, в сетевой сборке изделия в соответствующем узле, когда изготовление изделия проходит звенья иерархической структуры, в ценовом аспекте представления готового изделия входят затраты каждого звена.

Если к множеству $N_\beta (k)$ присоединить нулевой элемент $N^0{}_\beta(k) = \{N_\beta (k) \mathrm{U} 0\}$, ввести тождественный оператор $A^k{}_k$ и обозначение $\boldsymbol{x}^0{}_k = a_k$, то равенству (7) можно придать вид однородного функционала

(8) $$\boldsymbol{x}_k = A^l{}_k\boldsymbol{x}_l, \quad A^0{}_k = a_k, \boldsymbol{x}_0 = 1, \quad l \in N^0{}_\beta(k), \quad k \in N_\alpha .$$

На самом высшем уровне абстрагирования состояние любого объекта суть количественно определённое качество. Представим его мультипликативной формой

(9) $$\boldsymbol{x}_k = x_k\Psi_k, \qquad k \in N.$$

Из (8) находим, что качество элемента верхней границы зависит от качества всех сопряжённых с ним элементов нижней структуры

(10) $$\Psi_k = A^l{}_k g_{kl}\Psi_l, \qquad g_{kl} = x_l/x_k .$$

На одной и той же структуре состояний рассмотрим три состояния: базисное S, фактическое X и плановое Y. Предположим, что данные состояния описываются в стандартном базисе. Рассчитаем их в значениях базисного состояния

(11) $$\boldsymbol{x} = X - S, \ \boldsymbol{y} = Y - S \ \in \ \boldsymbol{X}.$$

В соответствии с представлением (7), состояние каждого узла системы характеризуется квантернионом и может быть представлено в виде (8) и

(12) $$\boldsymbol{y}_k = B^l{}_k\boldsymbol{y}_l, \qquad l \in N^0{}_b(k), \quad k \in N_a .$$

Для сравнения фактического (8) и планового (12) состояний воспользуемся представлением тензорного произведения в виде суммы внутреннего и внешнего произведений

(13) $$\boldsymbol{xy} = \boldsymbol{x}{*}\boldsymbol{y} + \boldsymbol{x}\wedge\boldsymbol{y}$$

и гомоморфизмом

(14) $$D(\boldsymbol{xy}) = D(\boldsymbol{x})D(\boldsymbol{y}),$$

который на объекте определяется как скалярный квадрат

(15) $$D(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{x}^2 = \boldsymbol{x}{*}\boldsymbol{x} = \sigma^2(\boldsymbol{x}),$$

а на сумме независимых слагаемых (13) определяется действием на каждое из них

(16) $$D(\boldsymbol{xy}) = D(\boldsymbol{x}*\boldsymbol{y}) + D(\boldsymbol{x}\wedge\boldsymbol{y}).$$

Функционал (14) метризует пространство состояний(11), обращая его в евклидово пространство, а согласно работе В.А. Рохлина [2], обращает в евклидово пространство каждое подмножество элементов любого его среза, т.е. мера (15) сужается на каждый элемент системы, а, следовательно, равенство (16) остаётся справедливым для каждого узла сети.

Равенство (16) является основным метрическим тождеством - тождеством Пифагора. Показатель

(17) $$p = D(\boldsymbol{x}*\boldsymbol{y})/D(\boldsymbol{xy})$$

служит мерой сходства фактического и планового состояний и интерпретируется как вероятность этого сходства, а показатель

(18) $$q = 1 - p = D(\boldsymbol{x}\wedge\boldsymbol{y})/D(\boldsymbol{xy})$$

характеризуется как остаточная детерминация. Из соотношения (14) и тождества (16) следует представление оценки (15) в виде суммы

(19) $$D(\boldsymbol{x}) = E_y^{\,2}(\boldsymbol{x}) + V_y(\boldsymbol{x}),$$

где $E_y(\boldsymbol{x})$ - оценка математического ожидания состояния X системы по фиксированному в окрестности эталона S её состоянию Y, а $V_y(\boldsymbol{x})$ определяет дисперсию отклонения.

Введём среднеквадратическое отклонение

(20) $$\sigma_y(\boldsymbol{x}) = V_y^{\,1/2}(\boldsymbol{x})$$

и запишем выражение (19) в виде

(21) $$D(\boldsymbol{x}) = (E_y(\boldsymbol{x}) + i\sigma_y(\boldsymbol{x}))(E_y(\boldsymbol{x}) - i\sigma_y(\boldsymbol{x})) = \Psi_y(\boldsymbol{x})D(\boldsymbol{x})\Psi y^*(\boldsymbol{x}),$$

где

(22) $$\Psi_y(\boldsymbol{x}) = e^{i\theta}, \quad \theta = arctg(\sigma_y(\boldsymbol{x})/E_y(\boldsymbol{x})),$$

метрическая функция качества. При сходстве объектов состояний эта функция становится тождественным оператором. Она удовлетворяет метрическому условию

(23) $$\Psi_y(\boldsymbol{x})\Psi_y{}^*(\boldsymbol{x}) = 1.$$

Если ввести обозначение $\sigma(\boldsymbol{x}) = D^{1/2}(\boldsymbol{x})$ и определить его в качестве модуля величины $\boldsymbol{x}$ (или его амплитуды), то эту величину можно записать произведением амплитуды и функции качества $\boldsymbol{x} = \sigma(\boldsymbol{x})\Psi_y(\boldsymbol{x})$.

Тот же аргумент θ функции качества появляется и в представлении тензорного произведения (13).

Если воспользоваться связью внешнего и прямого произведения

(24) $$\boldsymbol{x}\wedge\boldsymbol{y} = i(\boldsymbol{x}\times\boldsymbol{y}),$$

выделить в прямом произведении единичный вектор

(25) $$\boldsymbol{x}\times\boldsymbol{y} = \boldsymbol{n}\|\boldsymbol{x}\times\boldsymbol{y}\|,$$

то выражение

(26) $$\boldsymbol{xy} = \boldsymbol{x}_y$$

можно записать в полярной форме

(27) $$\boldsymbol{x}_y = x_y\Psi_y(\boldsymbol{x}),$$

где введены обозначения:

(28) $$x_y = ((D(\boldsymbol{x}^*\boldsymbol{y}) + D(\boldsymbol{x}\times\boldsymbol{y}))/D(\boldsymbol{y}))^{1/2}, \qquad \Psi_y(\boldsymbol{x}) = e^{i\theta\boldsymbol{n}}.$$

В динамическом варианте функция качества в векторном и кватернионном представлении удовлетворяет уравнению Шредингера

(29) $$i\partial\Psi/\partial t = \theta\Psi, \qquad i\boldsymbol{n}\partial\Psi/\partial t = \theta\Psi.$$

Исходя из метрических отношений Римана, оценка действия системы в целом равносильна оценки действия его отдельного элемента (7). Естественно для удобства анализа состояние элемента её представить в виде (8), при суммировании для упрощения записи применять "немые" индексы", а при операции сопряжения верхние индексы опускать. Тогда выражения в представлении (16) принимают вид:

(30) $D(\mathbf{x}_i\mathbf{y}_i) = \mathbf{x}_k{*}A_{ik}E_i{}^k{}_l B^l{}_i\,\mathbf{y}_l$, $D(\mathbf{x}_i{*}\mathbf{y}_i) = \mathbf{x}_k{*}A_{ik}T_i{}^k{}_l B^l{}_i\,\mathbf{y}_l$, $D(\mathbf{x}_i\wedge\mathbf{y}_i) = \mathbf{x}_k{*}A_{ik}U_i{}^k{}_l B^l{}_k\,\mathbf{y}_l$

.

Из основного метрического тождества следует равенство для плотностей в равенствах (30)

(31) $$E_i{}^k{}_l = T_i{}^k{}_l - U_i{}^k{}_l\,,$$

которому можно придать энергетический смысл:

- полная энергия k-элемента вертикальной цепи $i < k < j$

(32) $$E_i{}^k{}_l = A_i{}^k\mathbf{x}_k\mathbf{y}_l{*}B_{il}\,,$$

- динамическая энергия (энергия активности) k-элемента вертикальной цепи $i < k < j$

(33) $$T_i{}^k{}_l = B_i{}^k\mathbf{y}_k x{*}A_{il}\,,$$

- потенциальная энергия k-элемента вертикальной цепи $i < k < j$

(34) $$U_i{}^k{}_l = E_i{}^k{}_l - T_i{}^k{}_l\,.$$

Пусть в цепи (l, k, i) представления (34) индексу l отвечает низший уровень. Для сопряжённой сети имеем то же соотношение (31), но с транспонированием уровней l и k. Если в левой части равенства (31) стоит энергия объекта, дающая возможность ему находиться на уровне $l \in N_\delta$, то для того, чтобы он перешёл на уровень N_γ, ему нужна дополнительная энергия.

Формула (30) представляет градиентную составляющую объекта, которая определяет его переход с одной энергетической орбиты на другую орбиту i-го элемента социальной сети, в виде суммы дивергентной и ротационной составляющих. Дивергенция определяет энергию l-объекта на δ уровне, которая отвечает активности элемента на соответствующей орбите. Ротационная составляющая определяет дополнительную энергию, которой должен обладать l-объект δ уровня орбиты i-го элемента уровня α, для перехода на более высокий γ уровень (в элемент k).

Так, для повышения разряда рабочего нужно вложить средства в повышение его квалификации. Для продвижения его в мастера нужны более затратные средства. Здесь потенциальная составляющая взята со знаком минус, так как при движении l-го элемента к i-ому состоянию потенциальная энергия сокращается, возрастает "кинетическая" - энергия социальной активности. Очевидно, возможности индивида можно повысить при одной и той же его активности, если тем или иным способом перевести на более высокую орбиту. Особенно наглядно это проявляется в задаче подготовки специалистов в ВУЗах. Аналогичную трактовку можно придать задачам сферы обслуживания и торговли, например, задачам расширения торговых зон, задачам производства продукции и управления.

В графическом представлении сетевой структуры каждый узел рассматривается в качестве вершины. Воспользовавшись этим определением, обратим внимание на тот факт, что действительно каждый узел-актор(фактор) является как-бы вершиной некоторой локальной сети. Все другие смежные ему акторы находятся от него на определённом расстоянии, за которое можно принять число дуг, соединяющих данную вершину с соответствующим смежным узлом в графическом представлении сети. В таком представлении относительно действия актора, находящегося в вершине соответствующей локальной сети, другие вершины, отвечающие смежным акторам, располагаются на концентрических окружностях в одной плоскости с центром в вершине соответствующей локальной сети и ростом потенциала акторов по мере увеличения радиуса окружностей, на которых соответствующие им вершины располагаются.

Форма (9) представления действия показывает, что каждый актор имеет собственную функцию, а его действие – собственное значение этой функции. В соответствие с работой [3] Г.М. Идлиса собственные функции, как функции качества, циклически квантуются на соответствующих окружностях, а их количественные действия квантуются на порядковой шкале, ортогональной плоскости расположения этих окружностей. В нормированной сети, где каждой функции качества отвечает единичный модуль, дуги приобретают определённый вес, который характеризуется вероятностной функцией распределения качественных признаков – соответствующих функций качества (10). Вес характеризует вклад соответствующего актора в единицу качества функции актора, на орбите которого он расположен.

Естественно, циклическое замыкание качественных признаков представить в виде вписанной в соответствующую окружность ломаной – правильного многоугольника, полигона [3, стр. 45]. Совокупность всех ломаных для множества элементов рассматриваемой связной системы представляет плоскую структуру напоминающую конструктивно архитектуру паутины. Поэтому подобные сетевые конструкции всё больше и больше получают название паутины, а каждый их элемент - атома. Примером является всемирная паутина – интернет. Можно найти подобные торговые, промышленные, социальные паутины. Здесь каждый атом взаимодействует со множеством связанных с ним сопряжённых атомов и его возмущение приводит к возмущению конструктивно связанных с ним элементов сети, которые, таким образом, получают ограниченное множество степеней свободы. Возмущение по мере его распространения на другие элементы сети затухает. При дополнительном возмущении смежных узлов затухания могут демпфироваться с большей скоростью, а могут, наоборот, кратно возрастать. В последнем случае усиления возмущений может даже привести к перестройки архитектуры сети.

Можно отметить, что с вершины определённого уровня на соответствующем срезе формируется ячейка сети из связанных взаимно соотношением (10) сопряжённых ему элементов, которые составляют цикл. В зависимости от ориентации элементов среза этому ансамблю, который представляется в сети как единое целое - элемент сети, можно приписать собственный момент, который не будет связан с перемещением и служит его показателем циклической симметрии. Таким образом как и "в квантовой механике элементарной частицы следует приписать некоторый "собственный" момент, не связанный с её движением в пространстве" [4, стр. 243]. Этот собственный момент называют спином. Заключаем, что каждый элемент сети с определённого среза характеризуется на высшем агрегатном уровне тремя и только тремя "надлежащими универсальными характеристиками" - качеством, количеством и ориентацией [3, стр. 45] и при переходе с одного уровня на другой эти характеристики меняются.

Основное метрическое тождество (16) позволяет сводить изучение поведения таких сетей к описанию статистических средних (23), "в наиболее общем виде" которые представимы билинейными по сопряжённым качественным признакам формулами [4, формула (2,1), стр.19], и описание динамики которых приводится на основе соотношений (29) к обобщённым уравнениям Э. Шрёдингера, т.е. к задачам математической физики.

Использованные источники:

1. Хайкин С. Нейронные сети // М., С.-П., Киев, 2008.
2. Рохлин В.А. Об основных понятиях теории меры /Математический сборник, т. 25 (67): 1 //М., Издательство АН СССР, 1949.
3. Идлис Г.М. Единство естествознания по Бору и единообразные, взаимосвязанные периодические системы физики, химии, биологии и психологии /Исследования по истории физики и механики, 1990 //М., Наука, 1990.
4. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория //М., Наука, 1989.