

ФИКТИВНЫЙ ПУНКТ В ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧЕ: МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ПРИЁМ И ЕГО ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ

Шермухамедов А. Б.

студент 1 курса Ташкентский государственный экономический
университет.

Ташкент, Узбекистан.

Пошаходжаева Г. Д.

Ташкентский государственный экономический университет
Доцент, кафедра «Высшей и прикладной математики»
Ташкент, Узбекистан.

Аннотация: В статье рассматривается каноническая транспортная задача, являющаяся одной из самых важных задач оптимизационного типа как в экономике, так и в логистике. Однако при решении данного типа задач может возникнуть дисбаланс, когда общая сумма поставщиков не равна общей сумме потребителей, что требует введения фиктивных пунктов спроса или предложения для получения корректного оптимального решения. Основной акцент статьи сделан на раскрытии экономического смысла рассматриваемой ситуации, как в рамках общей экономической теории, так и в контексте практических задач логистики.

Ключевые слова: транспортная задача, фиктивный пункт, оптимизация, логистика, экономическая интерпретация.

FICTITIOUS NODE IN THE TRANSPORTATION PROBLEM: A

MATHEMATICAL TECHNIQUE AND ITS ECONOMIC INTERPRETATION

Shermukhamedov A. B.

1st-year student, Tashkent State University of Economics

Poshakhodjaeva G. D.

Tashkent State University of Economics

Associate Professor, Department of Higher and Applied Mathematics.

Abstract: The article examines the canonical transportation problem, which is one of the most important optimization problems in both economics and logistics.

However, when solving this type of problem, an imbalance may arise when the total supply does not equal the total demand. In such cases, it becomes necessary to introduce fictitious demand or supply nodes in order to obtain a correct optimal solution. The main focus of the article is on revealing the economic meaning of the situation under consideration, both within the framework of general economic theory and in the context of practical logistics problems.

Keywords: transportation problem, fictitious node, optimization, logistics, economic interpretation.

Введение. Транспортная задача является типичным примером задачи линейного программирования, в которой необходимо составить план перевозки однородного груза так, чтобы общие затраты на транспортировку были минимальными, а, следовательно, наиболее экономически выгодными.

Исходная информация:

a_i – условное число единиц груза в i -м пункте отправления ($i = 1, \dots, m$);

b_j – спрос в j -м пункте назначения ($j = 1, \dots, n$) в условных единицах

груза;

c_{ij} – конечная стоимость транспортировки условной единицы груза из i -го пункта в j -й пункт назначения.

При выше принятых обозначениях:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

– суммарная издержка на транспортировку;

$$\sum_{j=1}^n x_{ij}$$

– общее количество груза, вывозимого из i -го пункта;

$$\sum_{i=1}^m x_{ij}$$

– общее количество груза, доставляемого в j -й пункт.

Экономический смысл фиктивного пункта. На практике нередко возникают излишки продукции на складах, недобор спроса в отдельных регионах или, наоборот, дефицит, что приводит к необходимости учитывать либо невостребованные запасы, либо неудовлетворенный спрос при планировании перевозок.

В частности, фиктивный пункт назначения в транспортной модели может вводиться при наличии излишков продукции, причиной которых является отсутствие потребителя в рассматриваемый временной период. Это может быть связано с ошибками прогнозирования спроса, сезонными колебаниями, нарушением контрактных обязательств, а также ограничениями транспортной инфраструктуры.

Фиктивный пункт отправления, в свою очередь, может

интерпретироваться как дефицит ресурсов в ситуации, когда фактический объем поставок оказывается недостаточным для покрытия спроса. В экономическом смысле это характеризует неудовлетворенный спрос и указывает на необходимость привлечения внешних поставщиков, срочного увеличения объемов производства или пересмотра логистической стратегии.

Возникновение нулевого тарифа при фиктивном пункте. Обычно конечная стоимость транспортировки (далее - тариф) к фиктивному пункту или из него принимается равной нулю. Это объясняется тем, что фиктивный пункт не соответствует реальному объекту транспортной сети и не отражает фактические транспортные издержки. Роль такого тарифа заключается исключительно в обеспечении баланса транспортной модели и выявлении объемов излишков и дефицита.

Тем не менее, в прикладных задачах допускается задание положительного тарифа для фиктивных перевозок. Это позволяет учитывать штрафы за хранение излишков, упущенную выгоду или другие потери, связанные с неудовлетворенным спросом.

Пример практического применения. Для иллюстрации рассмотренных положений далее приведён пример транспортной задачи с введением фиктивного пункта, демонстрирующий влияние данного приема на структуру допустимого плана перевозок и интерпретацию полученных результатов.

Задача №1. Планирование перевозок с излишками продукции.

Рассматривается ситуация, когда предприятие осуществляет поставки продукции из нескольких пунктов отправления в несколько пунктов назначения. В процессе планирования возникает несоответствие между суммарным запасом и суммарным спросом: общий объем производства превышает потребности потребителей, и часть продукции остается

невостребованной.

Наглядно:

		b_1	b_2	b_3
		100	100	300
a_1	200	2	6	5
a_2	300	4	3	1
a_3	700	1	4	3

Здесь:

Пункты отправления (a_1, a_2, a_3) - это производители, которые формируют предложение продукции. Каждому производителю соответствует запас, доступный для распределения.

Пункты назначения (b_1, b_2, b_3) - это потребители, характеризующиеся определённым объёмом спроса.

Каждое число в пересечении строки (производитель a_1-a_3) и столбца (потребитель b - b) представляет собой тариф перевозки одной единицы 1 3 продукции от производителя к потребителю.

Замечаем, что сумма товаров производителей превышает суммарный спрос потребителей:

$$(200 + 300 + 700) > (100 + 100 + 300)$$

Это означает, что часть продукции остается невостребованной, то есть возникает избыток. Для корректного учета такой излишней продукции вводится фиктивный пункт b , который восполняет разницу между суммарным запасом и суммарным спросом:

$$(200 + 300 + 700) = (100 + 100 + 300) + 700$$

Получаем замкнутую матрицу:

Стоит обратить внимание, что тарифы у введенного фиктивного пункта b_4 нулевые, поскольку фактических перевозок к этому пункту не осуществляется. Он используется исключительно для учета излишков продукции, возникающих при превышении суммарного запаса над суммарным спросом, что позволяет корректно сбалансировать модель и оценить возможный экономический убыток. На этом основании можно определить допустимый план распределения продукции, включая объем, направляемый в фиктивный пункт.

Поскольку основное внимание уделяется показу применения фиктивного пункта для балансировки транспортной задачи, а не достижению оптимального решения, для определения допустимого плана перевозок применяется метод северо-западного угла, позволяющий получить начальное базисное допустимое решение задачи, наименее простым и быстрым путем:

		b_1	b_2	b_3	b_4
		100	100	300	700
a_1	200	100 ²			100 ⁰
a_2	300		100 ³	200 ¹	
a_3	700			100 ³	600 ⁰

Суммарные транспортные затраты определяются как сумма произведений объемов перевозок на соответствующие тарифы. Для реальных пунктов назначения получаем:

$$(100 \cdot 2) + (100 \cdot 3) + (200 \cdot 1) + (100 \cdot 3) = 1000$$

Что означает, что 1000 денежных единиц составляют затраты на

перевозку продукции, фактически реализованной потребителям, при полном покрытии их спроса.

Однако, вместе с этим, как можно заметить, часть продукции направляется в наш, ранее введенный, фиктивный пункт b по нулевому тарифу. В частности, поставки из пунктов отправления a и a в фиктивный пункт составляют:

$$(100 \cdot 0) + (600 \cdot 0)$$

Данные перевозки не увеличивают суммарные транспортные затраты, поскольку сам фиктивный пункт не соответствует реальному потребителю. Но вот в экономическом смысле указанные объемы четко отражают излишки продукции, не реализованные в рассматриваемом периоде времени.

Таким образом, объем избыточной продукции составляет 700 единиц, что соответствует объему поставок, направленных в фиктивный пункт.

Приведенный показатель выражается в натуральных единицах, поскольку характеризует количество продукции, не нашедшей спроса, а не финансовые затраты.

Отсюда следует, что введение фиктивного пункта позволило привести задачу к замкнутому типу, корректно учесть излишки продукции и получить наглядную интерпретацию результатов транспортной модели.

Задача №2. Планирование перевозок при дефиците продукции (неудовлетворенный спрос).

Рассматривается ситуация, аналогичная задаче №1, где несколько пунктов отправления и несколько пунктов получения, но в данном случае возникает обратное несоответствие между суммарным запасом и суммарным

спросом, когда общий объем производства (a_1, a_2, a_3) оказывается недостаточным для полного удовлетворения потребностей потребителей, поэтому для корректного учета неудовлетворенного спроса и приведения

задачи к замкнутому типу в модель вводится фиктивный пункт отправления (a), который в свою очередь отражает дефицит объема продукции.

Рассмотрим построение опорного плана в табличной форме:

Исходная таблица

		b_1	b_2	b_3
		450	350	850
a_1	200	5	3	2
a_2	150	1	9	8
a_3	750	7	6	3

Можно заметить, что суммарный объем имеющихся товаров не равен суммарной величине потребностей.

$$(200 + 150 + 750) \neq (450 + 350 + 850)$$

В связи с этим в модель вводится фиктивный пункт назначения:

		b_1	b_2	b_3
		450	350	850
a_1	200	5	3	2
a_2	150	1	9	8
a_3	750	7	6	3
a_4	550	0	0	0

$$(200 + 150 + 750) + 550 = (450 + 350 + 850)$$

Как показано выше, задача приведена к замкнутому виду и можно приступать к построению допустимого опорного плана перевозок.

Воспользуемся методом минимизации:

		b_1	b_2	b_3
		450	350	850
a_1	200			200 ²
a_2	150	150 ¹		
a_3	750		100 ⁶	650 ³
a_4	550	300 ⁰	250 ⁰	

Находим суммарные транспортные затраты:

$$(150 \cdot 1) + (100 \cdot 6) + (200 \cdot 2) + (650 \cdot 3) = 3100$$

Суммарные транспортные затраты, рассчитанные на основе полученного опорного плана перевозок, составляют 3100 денежных единиц. Данная величина характеризует затраты на транспортировку продукции к реальным пунктам назначения, однако спрос потребителей b и b в полном объеме не удовлетворен, что свидетельствует о наличии дефицита продукции. Так, объем перевозок из фиктивного пункта a отражает величину дефицита продукции, которая равна:

$$(300 \cdot 0) + (250 \cdot 0)$$

Из примера выше получаем, что величина дефицита продукции составляет 550 единиц, что соответствует нашему объему перевозок, которые были осуществлены из фиктивного пункта (a_4) отправления. Данная величина показывает количество продукции, спрос на которую не был покрыт.

Отсюда вытекает, что введение нами фиктивного пункта отправления

дало возможность привести транспортную задачу к замкнутому типу, и конечно же корректно учесть неудовлетворенный спрос.

Заключение. В статье была рассмотрена транспортная задача из линейного программирования и роль фиктивного пункта, используемого для балансировки системы предложения и спроса. Показано, что введение фиктивного пункта позволяет привести открытую модель к замкнутой, обеспечивая корректность и оптимальность решения. С экономической точки зрения, фиктивный пункт отражает излишки и дефицит ресурсов, что позволяет учитывать потенциальные потери, связанные с избытком запасов или неудовлетворенным спросом. Рассмотренные подходы имеют как математическое, так и экономико-логистическое значение и могут применяться для планирования перевозок и управления запасами. Таким образом, фиктивный пункт является полезным инструментом как в математическом, так и в экономическом контексте транспортной задачи.

Использованная литература:

1. Карманов В.Г. Математическое программирование: учеб. пособие. - 5-е изд., стер. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 264 с. - С. 12-13.
2. Лекции по высшей математике Ташкентского государственного экономического университета: учебно-методические материалы. - Ташкент.
3. Зеваков А.М. Логистика материальных запасов и финансовых активов. - СПб.: Питер, 2005. - 185 с.