

TUB SONLAR XOSSALARIN O'RGANISH METODIKASI

Turayev Utkirbek Yaxshilikovich

Katta o'qituvchi. Jizzax Politexnika instituti

Turayev Utkirbek Yaxshilikovich

Senior teacher. Jizzakh Polytechnic Institute,

Annotatsiya: Ushbu maqolada matematika fanini o'qitish jarayonini takomillashtirish, xususan, natural sonlar qatorida tub sonlarning o'rni, ularning nazariy va amaliy xossalarini o'rganish metodikasi yoritilgan.

Kalit so'zlar: tub sonlar, tarkibiy sonlar, sinov bo'lishlar usuli, Eratosfen g'alviri, egzak tub sonlar, natural qator, Dirixli teoremasi, bo'luvchi.

METHODOLOGY OF STUDYING THE PROPERTIES OF PRIME NUMBERS

Abstract: This article highlights the improvement of the mathematics teaching process, specifically focusing on the methodology of studying the properties of prime numbers and their role within the sequence of natural numbers..

Keywords: prime numbers, composite numbers, trial division method, Sieve of Eratosthenes, twin primes, natural sequence, Dirichlet's theorem, divisor.

Ta'limning fan va ishlab chiqarish bilan integrasiyasi mexanizmlarini rivojlantirish, uni amaliyotga joriy etish, o'qishni, mustaqil bilim olishni individuallashtirish hamda masofaviy ta'lim tizimi texnologiyasini, uning vositalarini ishlab chiqish, o'zlashtirish, yangi pedagogik va axborot texnologiyalari asosida o'quvchi va talabalarni o'qitishni jadallashtirish ana shunday dolzarb vazifalar sirasiga kiradi.

Har bir n natural son uchun hech bo'lmaganda ikkita bo'luvchilarga ega: 1 va n . Shunday n natural sonlar mavjudki, ular 1 va n dan boshqa bo'luvchilarga ega emas.

1-ta'rif. p natural son tub deyiladi, agar $p > 1$ va u 1 va p o'zidan boshqa natural bo'luvchilarga ega bo'lmasa.

Odatda tub sonlar p va q lar bilan belgilanadi, tub sonlarning dastlabki 20 tasi quyidagilardan iborat :

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71.

2-ta'rif. $n > 1$ natural son tarkibli deyiladi agar u 1 va n dan farqli hech bo'lmaganda bitta natural bo'luvchiga ega bo'lsa.

Bu ta'rifga ko'ra 2 dan boshqa barcha $n=2k$ ($k>1$) juft sonlar tarkibli, chunki ular 2 ga bo'linadi va $1<2<n$, bu ta'riflardan ko'ramizki 1 son tub ham emas tarkibli ham emas.

1-teorema. Har bir $n>1$ natural sonning 1 dan farqli eng kichik bo'luvchisi p tub son.

Isbot. Haqiqatan, aks holda p biror q ($1<q<p$) bo'luvchiga ega bo'lib, q/p va p/n . Bundan q/n va $q<p$ kelib chiqadi. Bu esa p ning eng kichik ekanligiga ziddir.

2-teorema. Har qanday n natural son berilgan p tub songa yoki bo'linadi yoki u bilan o'zaro tubdir.

Isbot. Agar p tub son bo'lib, n ixtiyoriy natural son bo'lsa, u holda n va p sonlarning eng katta umumiy bo'luvchisi yoki p ga yoki 1 ga teng, chunki p boshqa bo'luvchilarga ega emas.

3-teorema. Agar ab ko'paytma biror p tub songa bo'linsa, u holda ko'paytuvchilardan kamida bittasi p ga bo'linadi.

Isboti. Agar $(a,p)=1$ ya'ni o'zaro tub sonlar bo'lsa ifodani ikkala tomoniga b ni ko'paytirib quyidagiga ega bo'lamiz: $(ab, bp)=b$. Teorema shartiga ko'ra ab/p va bp ko'paytma p ga bo'linadi bundan kelib chiqadiki b ham p ga bo'linadi. Yoki quyidagicha olsak $(b,p)=1$ deb tenglikning ikkala tomoniga a ni ko'paytiramiz, $(ab, ap)=a$ desak ab/p va ap/p bundan kelib chiqadiki a/p bo'ladi. Xulosa ab ko'paytma p tub songa bo'linsa albatta ularning biriga bo'linadi.

Matematik induksiya usulidan foydalanib, bu teoremani ko'paytuvchilarning soni ikkitadan ortiq bo'lganda ham qo'llash mumkin.

Tub sonlar guruhlarga to'planishi mumkin, masalan,

$$17 \text{ va } 19, 41 \text{ va } 43, 9 \cdot 2^{211} \pm 1, 156 \cdot 5^{202} \pm 1, 291 \cdot 2^{1553} \pm 1.$$

Bunday qo'shni tub sonlar juftlari egzaklar deb ataladi. ular cheksiz ko'p deb faraz qilinadi. 150000 ta ketma- ket sonlar orasida, birinchisi 10^8 bo'lganda 601 ta egzak bor. 3 tadan ketma-ket tub son bo'lgan guruhlar ham mavjud, masalan 3163, 3167, 3169, yoki 32713, 32717, 32719.

L.Eyler $x^2 - x + 41$ ko'phad $x=0,1,2, \dots, 40$ faqat tub qiymatlar ni qilinishini topgan. Lekin hozirda ham tub sonlarni hisoblashga imkon beruvchi formula topilmagan.

Berilgan n soni bo'yicha uni kichik ko'paytuvchilarga yoyish yoki tub son ekanligini qanday aniqlash mumkin? Bizga ma'lumki, kvadrati N dan oshmaydigan barcha sonlarni sanab ko'rish lozim. Agar N ulardan hech biriga bo'linmasa N - tub son, aks holda N murakkab son. Bu usulni birinchi bo'lib 1202 yilda Lionard Pizanskiy takidlab o'tgan.

Sinab ko'rishdagi bo'luvchilar sonini ancha qisqartirish mumkin. Masalan, agar N 2 ga bo'linmasa, N ning bo'luvchilari sifatida juft sonlarni sinab ko'rish ma'nosiz, agar N 3 ga bo'linmasa, 3 ga bo'linuvchi sonlarni ham sinash kerak emas. Natijada sinab ko'rinadigan bo'luvchilardan 6 ga bo'lganda 0,2,3,4, qoldiqlar beruvchi sonlarni chiqarib tashlaymiz, ya'ni faqat $6k+1$ va $6k+5$ ko'rinishdagi sonlar qoladi. Quyidagi sinov bo'linishlar usulini hosil qiladi.

1. N soni 2 ga yoki 3 ga bo'linishi tekshiriladi. Agar bo'linsa u holda N murakkab son.

2. Sinov bo'luvchilar jadvalini tuziladi. Unda birinchi satr 1, 5 ko'rinishga ega har bir keyingi satr oldingisiga 6 ni qo'shish bilan hosil qilinadi. Har bir yangi satr paydo bo'lganda unga kirgan sonlar N ni bo'lish yoki bo'lmasligini tekshiramiz. Natijada biz N ning bo'luvchisini topamiz, va bu holda N murakkab son yoki jadvalning shunday elementiga aytiladiki, uning kvadrati N dan oshib ketadi. Oxirgi holda ishni to'xtatish lozim va N son tub son deb tasdiqlash mumkin.

Sinov bo'lishlar usuli ya'ni katta murakkab sonlarning katta bo'lmagan bo'luvchilarini topishga imkon beradi.

Bu usul bilan $N=1009$ bo'lganda faqat jadvalning 5 dan 31 gacha sonlariga 10 ta sinov bo'lishni bajarish yetarli bo'ladi va dastlab 1009 ning 2 va 3 ga bo'linishini bo'linish alomatlari yordamida tekshirish lozim.

Dastlabki, bo'luvchilar 2 va 3 qatoriga 5 ni ham kiritish mumkin. U holda sinov bo'luvchilari jadvali 8 ta ustunga ega bo'ladi.

1	5
7	11
13	17
19	23
25	29
31	35

1	7	11	13	17	19	23	29
31	37	41	43	47	49	53	59

Uning birinchi satrida 30 bilan o'zaro tub 1 dan 30 gacha $30=2 \cdot 3 \cdot 5$ barcha sonlar turadi, keying satr oldingisidan uning elementlariga 30 ni qo'shish bilan hosil qilinadi. Bu jadval yana kamroq sinov bo'luvchilarini o'z ichiga oladi.

Bu usul zamonaviy kompyuterlarda ham qo'llaniladi. Dastlab bo'luvchilar sifatida 2,3,5,7,11,13 sonlari olinadi. Bunda jadval 5760 ta ustunga ega bo'ladi. uning har bir yangi satri oldingisidan

$$30030 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$$

Sonni qo'shish bilan hosil qilinadi. 14 ta o'nli raqam bilan yozilgan sonlar tub tekshirib sanoqli sonlarda bajariladi.

Masalani biroz o'zgartiramiz. Faraz qilaylik 1 dan biror N natural songacha bo'lgan natural qator oralig'ida joylashgan barcha tub sonlarni topish talab qilinadi. Bu oraliqdan barcha murakkab sonlarni chiqarib tashlash usuli qadimgi grek matematigi Eratosfen (eramizgacha 276-194 yil) ga ma'lum bo'lgan va Eratosfen deb ataladi. Biz uni biroz takomillashgan ko'rinishda keltiramiz :

1. 3 dan N gacha bo'lgan toq sonlarni yozing.

2. 3^2 ni va keyin har bir uchinchi sonni o'chiring sonni o'chiring. Keyin 5^2 va har bir beshinchi sonni o'chiring .

3. Bu jarayonni birinchi o'chirilmagan sonni har bir marta tanlaganda, undan keyin keluvchi karralilar o'chirish mumkin bo'lguncha davom ettiriladi.

4. O'chirilmay qolgan sonlar 1 dan N gacha kesmadagi barcha tub sonlar to'plamini tashkel etadi.

1N=100 uchun quyidagi jadvalga ega bo'lamiz.

3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
23	25	27	29	31	33	35	37	39	41
43	45	47	49	51	53	55	57	59	61
63	65	67	69	71	73	75	77	79	81
83	85	87	89	91	93	95	97	99	

Belgilanmay qolgan sonlar tub sonlar, unga 2 ni qo'shamiz.

2	3	5	7	11
13	17	19	23	29
31	37	41	43	47
53	59	61	67	71
73	79	83	89	97

1 dan 100 gacha natural sonlar qatori kesmasida jami 25 ta tub son bor. Natural qator bo'yicha yurib biz faqat murakkab sonlarni o'chiramiz. Birinchi marta 3 ga bo'linadiganlari, ikkinchi marta qolganlaridan 5 ga bo'linadiganlarini , keyin 7 ga bo'linadiganlarini va h.k. o'chiramiz. Faraz qilaylik, o'chirilmagan sonlar orasida a murakkab son qolgan bo'lsin. 1 dan farqli eng kiochik bo'luvchisini p deb belgilaymiz. p tub son bo'lsa, u holda u o'chirilmagan; bundan tashqari

$$p^2 \leq pb = a \leq N$$

Bu natural qator bo'yicha qandaydir o'tishda p^2 dan boshlab p ga bo'linuvchi, shu jumladan a soni ham o'chirilganini ham bildiradi. Lekin biz a o'chirilmagan deb faraz qilgan edik. Bu qarama-qarshilik a sonining tub son ekanligini bildiradi. Demak, o'chirilmay qolgan barcha sonlar tub sonlar.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI

1. Выгодский М.Я. Справочник по элементарной математике. – Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1960 г.
2. Гальперин Г. Просто о простых числах. - ж.Квант №4, 1987
3. ГарднерМ. “Математические досуги” -М.Мир, 1972 стр. 410