

FUNKSIYA EKSTREMUMI NAZARIYASINING MASALALAR YECHISHGA BA'ZI TATBIQLARI

Soatov Ulugbek Abdukadirovich

Jizzax politexnika instituti dotsenti, f-m.f.n.

O'zbekiston Respublikasi, Jizzax shahri

Annotatsiya. Amaliyotda turli hodisalarining miqdoriy munosabatlarini o'rganish qaralayotgan hodisada qatnashyotgan o'zgaruvchi miqdorlar orasidagi funksional bog'la-nishni aniqlash va o'rganishga keltiriladi. Agar bunday funksional bo'g'lanishni analitik, ya'ni bir yoki bir necha formulalar ko'rinishida ifodalansa, so'ngra funksional bog'lanishni matematik analiz tadqiqot metodlari orqali tekshirish mumkin bo'ladi. Ushbu maqolada funksiya minimumi va maksimumi (ekstremumlari) nazariyasini tatbiq qilishga oid ba'zi masalalar qaralgan.

Kalit so'zlar: miqdoriy munosabat, o'zgaruvchi miqdor, funksiya, hosila, minimum, maksi-mum, eng katta va eng kichik qiymat, kesma, oraliq, og'ish burchagi, boshlang'ch tezlik, tezlanish, yuza, hajm.

НЕКОТОРЫЕ ПРИМЕНЕНИЯ ТЕОРИИ ЭКСТРЕМУМА ФУНКЦИИ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

Соатов Улугбек Абдукадирович

Джизакский политехнический институт, доцент, к.ф-м.н.

Республика Узбекистан, город Джизак

Аннотация. На практике изучение количественных связей между различными явлениями сводится к определению и изучению функциональной связи между переменными величинами, участвующими в рассматриваемом явлении. Если такую функциональную связь выразить аналитически, то есть в виде одной или нескольких формул, то появляется возможность проверки функциональной связи с использованием методов исследования математического анализа. В этой статье рассматриваются

некоторые задачи связанные с применением теории минимумов и максимумов (экстремумов) функций.

Ключевые слова: количественное соотношение, переменная величина, функция, производная, минимум, максимум, наибольшее и наименьшее значение, отсекаемый отрезок, размах, угол отклонения, начальная скорость, ускорение, площадь, объем.

SOME APPLICATIONS OF FUNCTION EXTREME THEORY TO PROBLEM SOLVING

Soatov Ulugbek Abdukadirovich

Jizzakh Polytechnic Institute, Associate Professor, Ph.D.

Republic of Uzbekistan, Jizzakh city

Annotation: In practice, the study of quantitative relationships between various phenomena comes down to the definition and study of the functional relationship between the variables involved in the phenomenon under consideration. If such a functional relationship is expressed analytically, that is, in the form of one or several formulas, then it becomes possible to check the functional relationship using the methods of mathematical analysis. This article examines some problems related to the application of the theory of minima and maxima (extrema) of functions.

Keywords: quantitative ratio, variable, function, derivative, minimum, maximum, greatest and least value, intercept, range, angle of deviation, initial velocity, acceleration, area, volume

Tabiat turli hodisalarining miqdoriy muosabatlarini o'rganish qaralayotgan hodisada qatnashyotgan o'zgaruvchi miqdorlar orasidagi funksional bog'lanishni aniqlash va o'rganishga keltiriladi [1-3]. Masalan, to'pdan otilgan snaryadning bo'shliqda uchishi hodisasini tekshirishda uchish masofasi R ning snaryad boshlang'ich tezligi v_0 va havoga ko'tarilish burchagi α larga bog'liqligini ifodalovchi

$$R = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

formula hosil bo‘ladi, bunda g —yerning tortish kuchi. Ushbu formulaga ega bo‘lib, α ning qanday qiymatida snaryadning uchish uzoqligi R eng katta va qanday qiymatida eng kichik bo‘lishini hamda α burchak kattalashganda uchish masofasi uchun shartlar qanaqa bo‘lishi kerakligini aniqlashimiz mumkin bo‘ladi.

Ushbu maqolada funksiya minimumi va maksimumi (ekstremumlari) nazariyasini tatbiq qilishga oid ba‘zi masalalarni o‘rganamiz.

1-masala. Gorizontga φ burchak ostida og‘ishgan to‘pdan v_0 boshlang‘ich tezlik bilan otilgan yadroning bo‘shliqda uchish masofasi R ushbu $R = \frac{v_0^2 \sin 2\varphi}{g}$ (g – og‘irlik kuchi tezlanishi) formula bilan aniqlanadi. Berilgan v_0 boshlang‘ich tezlikda φ burchakning, R uchish masofasi eng katta bo‘ladigan qiymatini toping.

Yechish. R miqdor φ burchakning funksiyasidan iborat, ya‘ni $R = R(\varphi)$.

Bu funksiyaning $0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$ kesmada maksimumga tekshirish orqali masala yechimini topamiz. Buning uchun funksiyaning ikkinchi tartibli hosila yordamida ekstremumga tekshirish qoidasini qo‘llaymiz:

$$1) \frac{dR}{d\varphi} = \frac{2v_0^2 \cos 2\varphi}{g};$$

$$2) \frac{2v_0^2 \cos 2\varphi}{g} = 0 \text{ tenglamani yechib, } \varphi = \frac{\pi}{4} \text{ kritik nuqtani topamiz;}$$

$$3) \frac{d^2 R}{d\varphi^2} = -\frac{4v_0^2 \sin 2\varphi}{g};$$

$$4) \varphi = \frac{\pi}{4} \text{ da ikkinchi tartibli hosila } \frac{4v_0^2 \sin 2 \cdot \frac{\pi}{4}}{g} = \frac{4v_0^2 \sin \frac{\pi}{2}}{g} = -\frac{4v_0^2}{g} < 0.$$

Demak, $\varphi = \frac{\pi}{4}$ da ikkinchi tartibli hosila manfiy bo'lganligi uchun $R = R(\varphi)$ funksiya maksimumga ega bo'ladi. Natijada, funksiyaning maksimum qiymati $R = R\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{v_0^2 \sin 2\varphi}{g} = \frac{v_0^2}{g}$ ni topamiz.

$[0, \frac{\pi}{2}]$ kesma chetki nuqtalarida $R = R(\varphi)$ funksiya qiymatlari quyidagicha:

$$R = R(0) = 0 \text{ va } R = R\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

Shunday qilib, og'ish burchagi $\varphi = \frac{\pi}{4}$ bo'lganda yadroning eng katta uchish masofasi $R = \frac{v_0^2}{g}$ ga teng bo'ladi.

2-masala. Hajmi V ga teng silindrning sirti yuzi S eng kichik bo'lishi uchun bu silindr o'chamlari qanday bo'lishi kerak?

Yechish. Silindr asosi radiusini R va uning balandligini h orqali belgilasak, silindr yuzi

$$S = 2\pi R^2 + 2\pi R h \quad (1)$$

ni topamiz. Silindr hajmi berilganligi uchun silindrning berilgan radiusi R da balandligi h ni $V = \pi R^2 h$ formula yordamida aniqlaymiz: $h = \frac{V}{\pi R^2}$.

h ning bu qiymatini (1) formulaga qo'yamiz:

$$S = 2\pi R^2 + 2\pi R \frac{V}{\pi R^2} \quad \text{yoki}$$

$$S = S(R) = 2\left[\pi R^2 + 2\frac{V}{R}\right], \quad (2)$$

bunda V - berilgan son. Natijada biz S yuzani bitta erkli o'zgaruvchi R orqali ifodaladik.

Endi (2) funksiyaning $0 < r < +\infty$ oraliqdagi eng kichik qiymatini topamiz. Buning uchun funksiyaning ikkinchi tartibli hosila yordamida ekstremumga tekshirish qoidasiga ko'ra quyidagilarni bajaramiz:

1) $\frac{dS}{dr} = 2\left(2\pi R - \frac{V}{R^2}\right)$; 2) $2\pi R - \frac{V}{R^2} = 0$ tenglamani yechib, $R_1 = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$ ni topamiz; 3) $\frac{d^2S}{dr^2} = 2\left(2\pi + \frac{2V}{R^3}\right)$; 4) $S = S(R)$ funksiyaning ikkinchi tartibli hosilasi $R_1 = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$ da musbat bo'lganligi uchun natijada $R = R_1$ nuqtada $S = S(R)$ funksiya minimumga ega bo'ladi. Bu yerda $\lim_{R \rightarrow 0} S = \infty$, $\lim_{R \rightarrow \infty} S = \infty$ ekanligini inobatga olsak, ya'ni $R \rightarrow 0$ da yoki $R \rightarrow \infty$ da S sirt cheksiz o'sadi.

Bulardan xulosa qilish mumkinki, $R = R_1$ nuqtada S funksiya eng kichik qiymatga ega bo'ladi. Lekin agar $R = \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$ bo'lsa, u holda $h = \frac{V}{\pi R^2} = 2 \cdot \sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}} = 2R$.

Shunday qilib, V hajmli silindr to'la sirti S eng kichik bo'lishi uchun uning balandligi asosi diametriga teng bo'lishi shart.

Xulosa. Ushbu maqolada biz funksiya maksimumi va minimumi nazariyasi tatbiqlarini o'rganishga yo'naltirilgan ba'zi ekstremal masalalarni o'rgandik. Bu kabi masalalarni yechishni o'rganish orqali nazariy bilimlarni mustahkamlashga erishish bilan birga texnika, fizika va boshqa sohalaridagi mavzuga oid amaliy masalalarni yechish malaka va ko'nikmalariga ega bo'lamiz.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Д.Т.Писменный. «Конспект лекции по высшей математике» Москва.АЙРИС ПРЕСС,9-е издание 2009.ст.161 -175 .
2. И.Ф.Шарыгин, В.И.Голубев. “Факультативный курс по математике”. Решение задач. Москва, ”Просвещение”, 1991 г. стр.88
3. A.Abduxamidov, A.Nasimov va boshqalar. Algebra va matematik analiz asoslaridan masalalar to'plami. I k. //Akademik litseylar uchun qo'llanma.// - T.: Sharq, 2005.