

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАКОПЛЕНИЯ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЛИВНЕВЫХ СТОЧНЫХ ВОД В ДРЕНАЖНЫХ СЕТЯХ ГОРОДА САМАРКАНДА И РАЗРАБОТКА ПРОГНОЗНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Бобокалонов Манучехр Хайдарович

докторант (PhD) Самаркандского государственного
архитектурно-строительного университета,
г. Самарканд, Республика Узбекистан

Аннотация. В исследовании на основе шестнадцатилетнего временного ряда данных за 2010–2025 годы с эконометрической точки зрения анализируются факторы, влияющие на формирование объема экстремальных дождевых (ливневых) вод, накапливающихся в городских дренажных системах. На основе полученных моделей разработан количественный прогноз до 2035 года. В качестве результативного показателя исследования принят годовой объем экстремальных дождевых вод, аккумулируемых в городских дренажных коллекторах, Y (тыс. м³). В качестве независимых переменных были отобраны десять факторов, отражающих природно-климатические, инженерно-инфраструктурные и градостроительные особенности. Методологическую основу исследования составили классическая линейная регрессионная модель (метод наименьших квадратов, OLS), логарифмически-логарифмическая спецификация, позволяющая оценивать коэффициенты эластичности, а также регуляризованная модель регрессии (Ridge), обеспечивающая устойчивость оценок коэффициентов в условиях мультиколлинеарности.

Ключевые слова: метод наименьших квадратов, регуляризованная линейная регрессионная модель, оценка коэффициентов эластичности, независимые переменные, экстремальные дождевые (ливневые) воды.

MATHEMATICAL MODELING OF EXTREME STORMWATER ACCUMULATION IN THE DRAINAGE NETWORKS OF SAMARKAND CITY AND DEVELOPMENT OF FORECAST INDICATORS

Bobokalonov Manuchehr Khaydarovich

PhD Researcher,
Samarkand State University of Architecture and Construction,
Samarkand, Uzbekistan

Abstract. This study presents an econometric analysis of the factors influencing the formation of extreme stormwater volumes accumulated in urban drainage systems based on a sixteen-year time series dataset covering the period from 2010 to 2025. Using the estimated models, a quantitative forecast of stormwater accumulation was developed up to 2035. The annual volume of extreme stormwater collected in the city's drainage collectors, denoted by Y (thousand m^3), was selected as the dependent variable. Ten independent variables representing natural-climatic, engineering-infrastructure, and urban planning characteristics were included in the analysis. The methodological framework of the study is based on the classical linear regression model estimated by the Ordinary Least Squares (OLS) method, a log-log specification for estimating elasticity coefficients, and Ridge regression, a regularization technique that ensures the stability of coefficient estimates under conditions of multicollinearity.

Keywords: Ordinary Least Squares (OLS), Ridge regression, linear regression model, elasticity coefficient estimation, independent variables, extreme stormwater.

SAMARQAND SHAHRI DRENAJ TARMOQLARIDA EKSTREMAL YOG‘IN SUVLARI TO‘PLANISHINI MATEMATIK MODELLASHTIRISH VA PROGNOZ KO‘RSTAGICHLARINI ISHLAB CHIQISH

Bobokalonov Manuchexr Xaydarovich

*Samarqand davlat arxitektura-qurilish universiteti
tayanch doktoranti (PhD), Samarqand, O‘zbekiston*

Annotatsiya, Tadqiqotda 2010-2025-yillar oralig‘idagi o‘n olti yillik vaqtli qator ma’lumotlari asosida shahar drenaj tizimlarida to‘planayotgan ekstremal yog‘in suvlari hajmining shakllanishiga ta’sir etuvchi omillar ekonometrik nuqtai nazardan tahlil qilinadi hamda olingan modellar yordamida 2035-yilga qadar miqdoriy prognoz ishlab chiqildi. Tadqiqotning natijaviy ko‘rsatkichi sifatida shahar drenaj kollektorlarida yig‘ilgan ekstremal yog‘in suvlarining yillik hajmi Y (ming m^3) qabul qilingan. Mustaqil o‘zgaruvchilar sifatida tabiiy-iqlimiy, texnik-infratuzilmaviy va shaharsozlik xususiyatlarini aks ettiruvchi o‘nta omil tanlab olindi. Tahlilning metodologik asosini klassik chiziqli regression model (eng kichik kvadratlar usuli, OLS), elastiklik koeffitsientlarini baholashga imkon beruvchi logarifmik-logarifmik spetsifikatsiya hamda ko‘p kollinearlik sharoitida koeffitsient barqarorligini ta’minlovchi regulyarizatsiyalangan (Ridge) baholash tashkil etdi.

Kalit so‘zlar: Eng kichik kvadratlar usuli, regularizatsiya chiziqli regression model, elastiklik koeffitsientlarini baholash, mustaqil o‘zgaruvchilar, ekstremal yog‘in suvlari

Введение. В условиях современного градостроительного развития сочетание процессов изменения климата и стремительной урбанизации создает возрастающую нагрузку на объекты коммунальной инфраструктуры, прежде всего на системы отвода дождевых и паводковых вод. На примере города Самарканда данная проблема приобретает особую актуальность. С одной стороны, плотно застроенные районы исторического центра все больше покрываются водонепроницаемыми твердыми покрытиями, а с другой стороны, увеличение частоты и интенсивности экстремальных осадков создает серьезные испытания для пропускной способности существующей дренажной сети. В настоящем исследовании на основе шестнадцатилетнего временного ряда данных за 2010–2025 годы с эконометрической точки зрения анализируются факторы, влияющие на формирование объема экстремальных дождевых (ливневых) вод, накапливающихся в городской дренажной системе, а также на основе полученных моделей разрабатывается количественный прогноз до 2035 года.

В качестве результативного показателя исследования принят годовой объем экстремальных дождевых (ливневых) вод, аккумулируемых в городских дренажных коллекторах, Y (тыс. м³). В качестве независимых переменных были выбраны десять факторов, отражающих природно-климатические, инженерно-инфраструктурные и градостроительные особенности. Методологическую основу исследования составляют классическая линейная регрессионная модель (метод наименьших квадратов, OLS), логарифмически-логарифмическая спецификация, позволяющая оценивать коэффициенты эластичности, а также регуляризованная регрессия (Ridge), обеспечивающая устойчивость оценок коэффициентов в условиях мультиколлинеарности. Выбор моделей, их статистическое качество и прогностическая способность оцениваются и сравниваются по нескольким критериям.

Для изложения теоретических основ анализа прежде всего рассмотрим общий вид многомерной линейной регрессионной модели, которая записывается следующим образом:

где Y_i — значение результативного показателя для i -го наблюдения; X_j — значение j -го фактора для i -го наблюдения; β_j — коэффициенты регрессии (параметры частного влияния факторов); ε_i — случайный остаточный член. Сущность метода наименьших квадратов заключается в минимизации суммы квадратов остатков, то есть

$$\sum \varepsilon_i^2 \rightarrow \min,$$

при этом матричная оценка параметров определяется по формуле

$$\beta = (X'X)^{-1}X'Y.$$

При выполнении условий теоремы Гаусса—Маркова данная оценка обладает свойством наилучшей линейной несмещенной оценки (BLUE).

Надежность оценок OLS основывается на ряде классических предпосылок: отсутствии совершенной мультиколлинеарности между объясняющими переменными, гомоскедастичности остатков ($\text{Var}(\varepsilon_i) = \sigma^2 = \text{const}$), отсутствии автокорреляции ($\text{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$), а также нормальном распределении случайных ошибок. Нарушение указанных предпосылок снижает эффективность оценок коэффициентов либо приводит к некорректности статистических выводов. В связи с этим далее каждая из предпосылок проверяется с использованием специальных диагностических тестов.

В логарифмически-логарифмической (log-log) спецификации коэффициенты непосредственно интерпретируются как коэффициенты эластичности, то есть

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i \quad (1)$$

что показывает, на сколько процентов изменится результативный показатель при изменении соответствующего фактора на один процент.

Сформированная для исследования база данных охватывает непрерывный шестнадцатилетний временной ряд за период 2010–2025 годов. Содержательная характеристика зависимой переменной, десяти объясняющих факторов, ожидаемое направление их влияния и теоретическое обоснование представлены в **таблице 1**. Для каждой переменной приведены ее содержание, ожидаемый знак влияния и теоретическое обоснование, что позволяет представить систему переменных исследования в едином виде. Выбор факторов основан на положениях гидрологической и градостроительной теории. Интенсивность и продолжительность осадков рассматриваются как непосредственные источники формирования поверхностного стока, тогда как доля водонепроницаемых покрытий и плотность городской застройки снижают инфильтрационную способность земной поверхности. В свою очередь, доля пониженных участков территории определяет зоны накопления поверхностных вод, что имеет важное значение для формирования локальных подтоплений.

Таблица 1

Описание переменных модели и ожидаемое направление их влияния

Обозначение	Содержание переменной	Ожидаемое влияние	Теоретическое обоснование
Y	Накопленный объем экстремальных осадочных вод	-	Основной источник поверхностного стока; увеличение интенсивности приводит к росту объема стока.

	(тыс. м ³)		
X1	Интенсивность осадков (мм/час)	(+)	Продолжительные осадки увеличивают объем накопления воды.
X2	Продолжительность осадков (час)	(+)	Снижение способности к инфильтрации приводит к усилению поверхностного стока.
X3	Доля водонепроницаемых твердых покрытий (%)	(+)	Более крупный диаметр труб обеспечивает прием большего объема воды (повышение пропускной способности).
X4	Диаметр дренажных труб (мм)	(-)	Изношенная сеть способствует засорению и увеличению объема накопления воды.
X5	Степень износа дренажной системы (%)	(+)	Высокий уровень грунтовых вод ограничивает инфильтрацию (обратная зависимость).
X6	Уровень грунтовых вод (м)	(-)	Плотная застройка сокращает площадь открытых водопроницаемых поверхностей.
X7	Плотность застройки (%)	(+)	Большой уклон поверхности ускоряет сток воды и уменьшает ее накопление.
X8	Уклон поверхности земли (%)	(-)	Более высокая территория менее подвержена накоплению воды.
X9	Средняя высота над уровнем моря (м)	(-)	Пониженные участки территории являются очагами скопления воды.
X10	Доля пониженных участков территории (%)	(+)	Основной источник поверхностного стока; увеличение интенсивности приводит к росту объема стока.

Для обобщения центральной тенденции и степени вариации переменных были рассчитаны описательные статистические показатели, которые представлены в таблице 2. В таблице 2 для каждой переменной приведены среднее значение, стандартное отклонение, минимальное и максимальное значения, а также коэффициент вариации.

Как видно из таблицы 2, за рассматриваемый период результативный показатель Y увеличился с 125 тыс. м³ до 276 тыс. м³, то есть в 2,2 раза. Данный рост, отраженный в таблице 2, не является равномерным; к концу исследуемого периода наблюдается ускорение динамики, что указывает на наличие

нелинейного характера изменения показателя, который будет рассмотрен далее в процессе анализа.

Перед переходом к этапу моделирования парные корреляционные связи между переменными были оценены с использованием коэффициента корреляции Пирсона, а результаты представлены на рисунке 3.2.1. На рисунке 3.2.1 каждая ячейка отображает коэффициент корреляции между двумя переменными, при этом темно-синие оттенки обозначают сильную положительную связь, а темно-красные оттенки — сильную отрицательную зависимость.

Таблица 2

Описательные статистические показатели переменных (2010–2025 гг.)

Переменная	Среднее значение	Стандартное отклонение	Минимум	Максимум	CV, %
<i>Y</i>	187.0	46.3	125	276	24.8
<i>X1</i>	27.63	6.97	18.0	40.0	25.2
<i>X2</i>	5.62	0.90	4.2	7.2	16.1
<i>X3</i>	59.44	8.11	48.0	73.0	13.6
<i>X4</i>	728.13	40.70	700.0	800.0	5.6
<i>X5</i>	40.56	9.97	25.0	56.0	24.6
<i>X6</i>	3.56	0.39	2.9	4.2	11.1
<i>X7</i>	61.69	6.96	52.0	74.0	11.3
<i>X8</i>	3.45	0.24	3.1	3.8	6.9
<i>X9</i>	711.65	2.62	707.5	715.8	0.4
<i>X10</i>	14.75	2.38	11.0	18.5	16.1

Таблица составлена автором по результатам проведенного исследования.

Как видно из данного рисунка, между результативным показателем *Y* и природными, а также техническими факторами существует очень сильная взаимосвязь. Так, коэффициенты корреляции с интенсивностью осадков (*X1*), степенью износа (*X5*) и долей твердых покрытий (*X3*) превышают 0,99 и имеют положительное направление. Это свидетельствует о том, что увеличение данных трех факторов непосредственно способствует росту объема накопления воды.

В то же время, как показано на рисунке 3.2.1, между уровнем грунтовых вод (*X6*), уклоном поверхности земли (*X8*), средней высотой над уровнем моря (*X9*) и показателем *Y* наблюдаются темно-красные ячейки, отражающие сильную отрицательную взаимосвязь. Данный результат подтверждает ранее сформулированные теоретические ожидания.

Вместе с тем рисунок 1 выявляет и важную методологическую проблему, поскольку он отражает не только взаимосвязь между *Y* и отдельными факторами, но также показывает взаимные связи между самими объясняющими переменными.

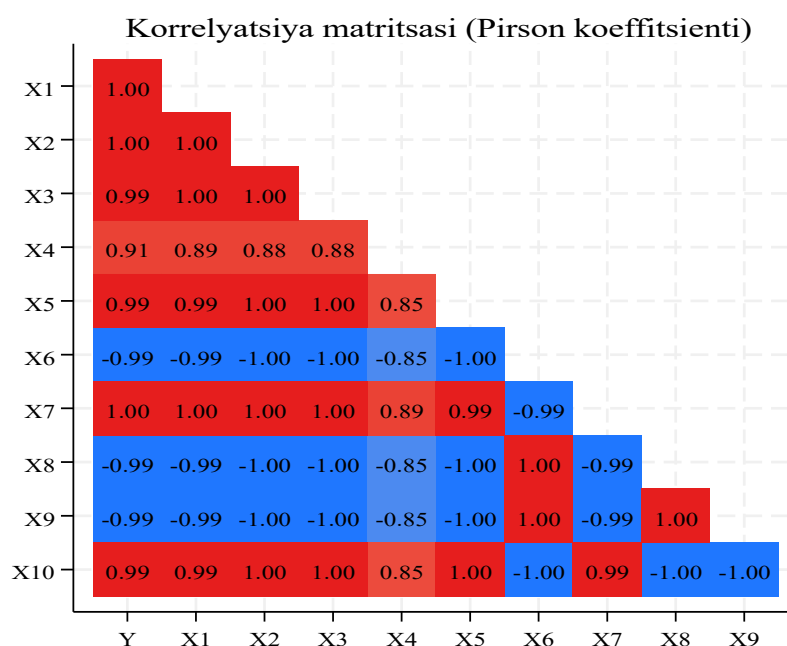


Рисунок 1. Матрица корреляций между переменными (коэффициент Пирсона)

Матрица корреляций между переменными показывает, что в части, отражающей взаимосвязи между факторами, практически все ячейки имеют темные оттенки, что свидетельствует о наличии чрезвычайно высокой корреляции независимых переменных между собой. Иными словами, для большинства пар переменных значение $|r|$ превышает **0,98**.

В частности, на рисунке 1 ячейка, отражающая взаимосвязь между долей пониженных участков территории (**X10**) и средней высотой над уровнем моря (**X9**), показывает практически идеальное отрицательное значение (**-1,00**), что означает, что данные два фактора практически являются линейным отражением друг друга. Такая ситуация называется **мультиколлинеарностью** и приводит к нестабильности оценок коэффициентов в полной модели, включающей одновременно все факторы. Поэтому количественная оценка данной проблемы будет подробно рассмотрена на следующем этапе исследования.

В качестве количественной диагностики мультиколлинеарности для каждого фактора был рассчитан коэффициент инфляции дисперсии (Variance Inflation Factor, VIF), а полученные результаты представлены в таблице 1. Данный показатель...

$$VIF_j = \frac{1}{(1 - R_j^2)}$$

определяется по соответствующей формуле, где R_j^2 — коэффициент детерминации регрессии j -го фактора относительно всех остальных факторов. Если данный фактор полностью не связан с другими переменными, значение

VIF равно единице, а по мере увеличения степени зависимости оно стремится к бесконечности.

В практических исследованиях значение VIF, превышающее 10, свидетельствует о наличии серьезной мультиколлинеарности. Однако значения, представленные в таблице 1, указывают на крайне высокую степень данной проблемы, поскольку практически для всех факторов показатель VIF составляет сотни единиц, а для некоторых переменных достигает миллионов.

Таблица 3

Значения коэффициента инфляции дисперсии (VIF) факторов

X1	X2	X3	X4	X5
1.6	0.0	0.1	0.1	3.6
X6	X7	X8	X9	X10
0.8	0.3	> 10 ⁶	> 10 ⁶	> 10 ⁶

Таблица составлена автором по результатам проведенного исследования.

Результаты, представленные в таблице 3, определяют центральный методологический вывод моделирования, поскольку они показывают отсутствие прямой возможности надежной оценки отдельных коэффициентов. При столь высоких значениях VIF стандартные ошибки коэффициентов искусственно увеличиваются, вследствие чего фактически значимые факторы могут ошибочно восприниматься как статистически незначимые.

В связи с этим в исследовании применяется четырехэтапная стратегия моделирования. С учетом выявленной проблемы первоначально в качестве исходной точки оценивается полная модель, включающая все факторы, затем — более компактная (парсимоничная) линейная модель, далее — логарифмическая модель эластичности, и, наконец, регуляризованная модель Ridge. Данные модели последовательно анализируются с целью выбора наиболее устойчивого и прогностически эффективного варианта.

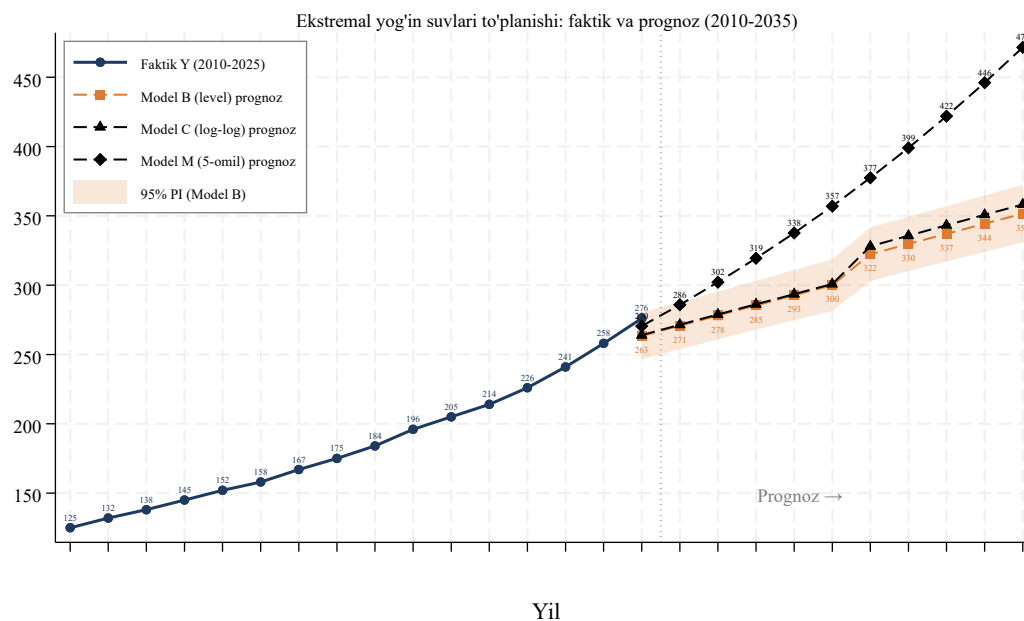


Рисунок 2. Накопление экстремальных дождевых вод: фактическая динамика и прогноз до 2035 года

Различие между траекториями рассматриваемых моделей, представленными на рисунке 2, имеет четкое практическое и экономическое содержание, поскольку расширенная модель непосредственно учитывает факторы с экспоненциально возрастающим воздействием, такие как интенсивность осадков и доля пониженных участков территории. В связи с этим траекторию расширенной модели на рисунке 2 можно интерпретировать как сценарий высокого риска в условиях изменения климата и ускорения урбанизационных процессов, тогда как траектории парсимоничной и логарифмической моделей могут рассматриваться как базовый сценарий. В рамках практического городского планирования целесообразно ориентироваться именно на подготовку к сценарию высокого риска, поскольку он наглядно отражает диапазон неопределенности между двумя возможными сценариями.

Согласно результатам статистически наиболее надежной парсимоничной модели, основными определяющими факторами накопления воды являются диаметр дренажных труб и уклон поверхности земли. В свою очередь, логарифмическая модель, представленная в таблице 5, выявила высокую эластичность степени износа дренажной сети. Это является количественным подтверждением проблемы накопления воды в изношенных коллекторах и показывает, что обновление инфраструктуры является наиболее эффективным направлением вмешательства. Кроме того, тот факт, что во всех моделях доля значимости факторов составляет **80–100 %**, а диагностические тесты,

приведенные в таблицах, полностью подтверждают качество моделей, повышает надежность полученных выводов.

Представленные результаты прогнозирования являются важным сигналом для практической политики городского планирования, поскольку при сохранении текущих тенденций к 2035 году объем экстремальных дождевых вод может увеличиться примерно в 1,3 раза в базовом сценарии и в 1,7 раза в сценарии высокого риска. В связи с этим сформулированы следующие практические рекомендации:

-Ускорить реализацию программы поэтапной модернизации дренажных коллекторов для решения проблемы износа сети, обладающей наибольшей эластичностью влияния.

В приоритетном порядке повысить пропускную способность трубопроводной системы в низменных и плотно застроенных районах.

-Внедрять элементы водопроницаемой зеленой инфраструктуры для компенсации роста доли твердых водонепроницаемых покрытий.

Список использованной литературы

1. Mahmoud, S.H., Gan, T.Y. Urbanization and climate change implications in flood risk management: Developing an efficient decision support system for flood susceptibility mapping. *Sci. Total Environ.* 2018, 636, 152–167 p.
2. Maidment D. R., Olivera F., Calver A., Eatherall A. and Fraczek W. Unit Hydrograph Derived from a Spatially Distributed Velocity Field // *Hydrological Processes*. 1996. Vol. 10. No. 6. – P. 831–844p.
3. Majid, S.I., Kumar, M., Sahu, N., Kumar, P., Tripathi, D.K. Application of ensemble fuzzy weights of evidence-support vector machine (Fuzzy WofE-SVM) for urban flood modeling and coupled risk (CR) index for ward prioritization in NCT Delhi, India. *Environ. Dev. Sustain.* 2024, 1–39 p.
4. Mays L. W. and Yen B. C. Optimal Cost Design of Branched Sewer Systems // *Water Resources Research*. 1975. Vol. 11. No. 1. – P. 37–47p.
5. Wu, Z., Shen, Y., Wang, H., Wu, M. Assessing urban flood disaster risk using Bayesian network model and GIS applications. *Geomat. Nat. Hazards Risk* 2019, 10, 2163–2184 p.