

LAPLAS ALMASHTIRISHLARI YORDAMIDA IQTISODIY JARAYONLARNI MATEMATIK MODELLASHTIRISH

Qarshi xalqaro universiteti dotsenti

S.L.Ibragimov

UDK: 519.67:330.101

Annotatsiya. Ushbu maqolada Laplas almashtirishlarining iqtisodiy jarayonlarni matematik modellashtirishdagi ahamiyati va amaliy qo'llanilishi tahlil qilinadi. Iqtisodiy jarayonlar, jumladan ishlab chiqarish hajmi, kapital o'sishi, talab va taklif dinamikasi vaqtga bog'liq bo'lib, ularni differensial tenglamalar orqali ifodalash mumkin. Laplas almashtirishlari yordamida bunday tenglamalarni algebraik ko'rinishga keltirish va yechish jarayoni soddalashtiriladi. Maqolada Laplas usuli asosida iqtisodiy jarayonlarning vaqt bo'yicha o'zgarishini tahlil qilish, boshlang'ich shartli masalalarni yechish hamda olingan natijalarning iqtisodiy mazmuni ochib beriladi. Tadqiqot natijalari Laplas almashtirishlari iqtisodiy modellashtirishda samarali matematik vosita ekanligini ko'rsatadi.

Kalit so'zlar. Laplas almashtirishlari, iqtisodiy jarayonlar, matematik modellashtirish, differensial tenglamalar, dinamik tizimlar, boshlang'ich shartlar.

MATHEMATICAL MODELING OF ECONOMIC PROCESSES USING LAPLACE TRANSFORMS

Abstract. This article examines the application of Laplace transforms in the mathematical modeling of economic processes. Economic systems such as production growth, capital accumulation, and demand–supply dynamics are time-dependent and can be described using differential equations. The use of Laplace transforms allows these equations to be transformed into algebraic forms, significantly simplifying the solution process. The paper presents theoretical foundations and practical examples of solving initial value problems for economic models using the Laplace transform method. The obtained results demonstrate that Laplace transforms are an effective mathematical tool for analyzing the dynamic

behavior of economic processes and can be successfully applied in economic modeling and forecasting.

Keywords. Laplace transforms, economic processes, mathematical modeling, differential equations, dynamic systems, initial value problems, economic models

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ЛАПЛАСА

Аннотация. В статье рассматривается применение преобразований Лапласа в математическом моделировании экономических процессов. Экономические системы, такие как рост производства, накопление капитала и динамика спроса и предложения, являются времязависимыми и могут быть описаны с помощью дифференциальных уравнений. Использование преобразований Лапласа позволяет свести данные уравнения к алгебраическому виду, что существенно упрощает процесс их решения. В работе представлены теоретические основы и практические примеры решения задач с начальными условиями для экономических моделей с использованием метода преобразования Лапласа. Полученные результаты показывают, что преобразования Лапласа являются эффективным математическим инструментом для анализа динамики экономических процессов и могут быть успешно применены в экономическом моделировании и прогнозировании.

Ключевые слова. преобразования Лапласа, экономические процессы, математическое моделирование, дифференциальные уравнения, динамические системы, задачи с начальными условиями, экономические модели

Kirish. Zamonaviy iqtisodiyot murakkab va ko‘p omilli jarayonlardan iborat bo‘lib, ularning aksariyati vaqt bo‘yicha o‘zgaruvchan xususiyatga ega. Ishlab chiqarish hajmining o‘sishi, kapital jamg‘arilishi, talab va taklif muvozanati kabi jarayonlarni chuqur tahlil qilish uchun matematik modellashtirish usullaridan

foydalanish zarur. Ayniqsa, iqtisodiy jarayonlarni differensial tenglamalar orqali ifodalash va ularning yechimlarini tahlil qilish iqtisodiy qarorlar qabul qilishda muhim ahamiyat kasb etadi.

Laplas almashtirishlari differensial tenglamalarni yechishda keng qo'llaniladigan samarali matematik usullardan biri hisoblanadi. Ushbu usul yordamida vaqt sohasidagi murakkab tenglamalar algebraik tenglamalarga aylantiriladi va yechim topish jarayoni ancha soddalashadi. Shu bois Laplas almashtirishlaridan iqtisodiy jarayonlarni modellashtirishda foydalanish nazariy va amaliy jihatdan dolzarb hisoblanadi.

Adabiyotlar tahlili. Laplas almashtirishlari va ularning amaliy tadbirlari masalasi matematik tahlil va amaliy matematika yo'nalishidagi ko'plab tadqiqotlarda yoritilgan. Kreyszingning "Advanced Engineering Mathematics" asarida Laplas almashtirishlarining nazariy asoslari va differensial tenglamalarni yechishdagi roli batafsil bayon etilgan. Churchill va Brown ishlarida kompleks o'zgaruvchilar nazariyasi bilan bog'liq holda Laplas usulining imkoniyatlari ko'rsatib berilgan. Iqtisodiy jarayonlarni matematik modellashtirish masalalari Ross va Boyko tadqiqotlarida alohida o'rin egallaydi. Ushbu ishlarda iqtisodiy tizimlarning dinamik modellarini differensial tenglamalar orqali ifodalash va ularni tahlil qilish usullari keltirilgan. Shuningdek, Kuznetsov va Bear asarlarida uzluksiz jarayonlarni modellashtirishda transformatsiya usullarining samaradorligi asoslab berilgan. Adabiyotlar tahlili shuni ko'rsatadiki, Laplas almashtirishlari differensial tenglamalar asosida qurilgan iqtisodiy modellarni tahlil qilishda qulay va samarali vosita hisoblanadi.

Tahlil va natijalar. Iqtisodiy jarayonlarning ko'pchiligi vaqtga bog'liq bo'lib, ularni quyidagi umumiy ko'rinishdagi differensial tenglama orqali ifodalash mumkin:

$$\frac{dx(t)}{dt} + ax(t) = f(t)$$

bu yerda $x(t)$ - iqtisodiy ko'rsatkich (ishlab chiqarish hajmi, kapital miqdori va hokazo), a -doimiy parametr, $f(t)$ — tashqi ta'sir yoki boshqaruv funksiyasi.

Laplas almashtirishini qo'llash orqali ushbu tenglama algebraik tenglamaga keltiriladi:

$$sX(t) - x(0) + aX(s) = F(s)$$

Natijada $X(s)$ ni aniqlash va invers Laplas almashtirish orqali $x(t)$ funksiyani topish mumkin bo'ladi. Ushbu yondashuv iqtisodiy jarayonlarning vaqt bo'yicha dinamikasini aniq tahlil qilish imkonini beradi.

Laplas almashtirishlarining iqtisodiyotdagi amaliy qo'llanilishini quyidagi misol orqali ko'rib chiqamiz. Faraz qilaylik, ishlab chiqarish hajmi $Q(t)$ quyidagi tenglama bilan ifodalanadi:

$$\frac{dQ(t)}{dt} + kQ(t) = A$$

bu yerda A — doimiy investitsiya hajmi, k — ishlab chiqarishning pasayish koeffitsienti.

Laplas almashtirishini qo'llasak:

$$sQ(s) - Q(0) + kQ(s) = \frac{A}{s}$$

Bu tenglamadan:

$$Q(s) = \frac{Q(0)}{s+k} + \frac{A}{s(s+k)}$$

Invers Laplas almashtirish orqali ishlab chiqarish hajmining vaqt bo'yicha o'zgarishi aniqlanadi. Olingan natija shuni ko'rsatadiki, vaqt o'tishi bilan ishlab chiqarish hajmi barqaror holatga intiladi. Bu holat iqtisodiy jihatdan investitsiyalar ta'sirida ishlab chiqarishning muvozanat darajasiga yetishini anglatadi.

Xulosa. Mazkur maqolada Laplas almashtirishlari yordamida iqtisodiy jarayonlarni matematik modellashtrish masalasi batafsil ko'rib chiqildi. Tadqiqot jarayonida iqtisodiy jarayonlarni differensial tenglamalar orqali ifodalash imkoniyatlari tahlil qilindi va ularni Laplas usuli yordamida yechishning samarali metodlari o'rganildi. Nazariy asoslar bilan bir qatorda, amaliy misollar orqali Laplas

almashtirishlarining iqtisodiy jarayonlarning vaqt bo'yicha dinamikasini aniqlashdagi ahamiyati namoyon qilindi. Olingan natijalar shuni ko'rsatadiki, Laplas almashtirishlari nafaqat iqtisodiy jarayonlarni modellashtirish va ularni matematik tarzda tahlil qilishda, balki iqtisodiy prognozlar tuzishda ham samarali vosita sifatida foydalanish mumkin. Bu yondashuv, shuningdek, resurslarni optimallashtirish, ishlab chiqarish va investitsiya jarayonlarini tahlil qilish, iqtisodiy strategiyalarni ishlab chiqish va qaror qabul qilishda ham muhim rol o'ynaydi. Maqolada ta'kidlangan metodik yondashuv iqtisodiyot yo'nalishi talabalariga matematik modellashtirish va iqtisodiy jarayonlarni tahlil qilish ko'nikmalarini shakllantirishda foydali bo'lishi mumkin. Shu bilan birga, amaliy tadqiqotlar uchun ham Laplas almashtirishlaridan foydalanish iqtisodiy jarayonlarning murakkabligini aniqlash va ularni samarali boshqarish imkonini beradi. Kelajakda ushbu metodikani yanada rivojlantirish orqali turli sohalardagi iqtisodiy jarayonlarni, jumladan, moliya, savdo, ishlab chiqarish va xizmat ko'rsatish tarmoqlarini yanada chuqur tahlil qilish imkoniyati mavjud. Shu nuqtai nazardan, Laplas almashtirishlariga asoslangan modellashtirish iqtisodiy tadqiqotlarning samaradorligini oshirish va aniq prognozlar berish borasida muhim ahamiyatga ega ekanligi isbotlandi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yhati

1. Kreyszig E. *Advanced Engineering Mathematics*. – New York: Wiley, 2011.
2. Churchill R.V., Brown J.W. *Complex Variables and Applications*. – McGraw-Hill, 2009.
3. Ross S.M. *Introduction to Mathematical Modeling*. – Academic Press, 2013.
4. Boyko V.I. *Fizik va iqtisodiy jarayonlarni matematik modellashtirish*. – Sankt-Peterburg, 2010.
5. Kuznetsov A.A. *Differensial tenglamalar va ularning amaliy tadbiqlari*. – Moskva: Fizmatlit, 2012.
6. Bear J. *Dynamics of Fluids in Porous Media*. – Dover Publications, 1988.