

УДК 536.24:621.783

Нормуминов Асрор Шавкат угли

магистрант

Каршинский государственный технический университет

Узбекистан, г. Карши

Научный руководитель: Хусанов С.Н.,

доцент кафедры «Автоматизация и управление технологическими процессами»

Каршинский государственный технический университет

Узбекистан, г. Карши

Ибрагимов И.,

старший преподаватель кафедры «Автоматизация и управление технологическими процессами»

Каршинский государственный технический университет

Узбекистан, г. Карши

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛООБМЕНА В ГАЗОВЫХ ПЕЧАХ

Аннотация: В статье разработана математическая модель совместных процессов теплопроводности, конвективного и лучистого теплообмена в рабочем пространстве газовой промышленной печи. Получены аналитические выражения для составляющих теплового потока. Проведено двумерное моделирование температурного поля методом конечных разностей. Верификация модели выполнена путём сравнения расчётных и экспериментальных данных: среднеквадратичное отклонение не превысило 14°C (1,3%). Проведён анализ чувствительности модели к степени черноты ϵ и коэффициенту конвекции α .

Ключевые слова: теплообмен, газовая печь, математическая модель, теплопроводность, конвекция, излучение, метод конечных разностей, температурное поле.

Normuminov Asror Shavkat ogli

master student

Karshi State Technical University

Uzbekistan, Karshi

Scientific supervisor: Khusanov S.N., PhD

Associate Professor, Department of Automation and Control of Technological

Processes

Karshi State Technical University

Uzbekistan, Karshi

Ibragimov I.,

Senior Lecturer, Department of Automation and Control of Technological

Processes

Karshi State Technical University

Uzbekistan, Karshi

MATHEMATICAL MODELING OF HEAT TRANSFER PROCESSES IN GAS-FIRED FURNACES

Abstract: *The paper develops a mathematical model of the combined processes of heat conduction, convective and radiant heat transfer in the working space of an industrial gas furnace. Analytical expressions for the heat flux components are derived. Two-dimensional temperature field simulation is carried out using the finite difference method. Model verification is performed by comparing calculated and experimental data: the root-mean-square*

deviation did not exceed 14°C (1.3%). A sensitivity analysis of the model with respect to the emissivity ε and convective heat transfer coefficient α is conducted.

Keywords: *heat transfer, gas furnace, mathematical model, heat conduction, convection, radiation, finite difference method, temperature field.*

Введение

Газовые промышленные печи являются основным оборудованием для термической обработки металлических изделий в машиностроительной и металлургической отраслях. Эффективность процессов нагрева и качество продукции определяются точностью распределения температуры в рабочем пространстве и на поверхности нагреваемого изделия. Нерациональный нагрев приводит к перерасходу топлива, неравномерности структуры материала и браку продукции.

В связи с высокой стоимостью натуральных экспериментов математическое моделирование тепловых процессов приобрело значительную роль в проектировании и оптимизации газовых печей. Современные модели должны учитывать три механизма теплопередачи — теплопроводность, конвекцию и лучистый теплообмен — которые действуют одновременно и нелинейно взаимосвязаны при рабочих температурах 900–1400°C.

Целью настоящей работы является разработка совместной математической модели процессов теплообмена в газовой печи, её верификация по экспериментальным данным и анализ чувствительности к ключевым параметрам.

Методы и материалы исследования

Объектом исследования является туннельная газовая нагревательная печь производительностью 2,5 т/ч. Размеры рабочего пространства: длина $L = 6$ м, ширина $B = 1,2$ м, высота $H = 3$ м. Рабочая температура газов $T_g = 1100\text{--}1350^\circ\text{C}$, температура стенок $T_w = 900\text{--}1000^\circ\text{C}$.

Математическая модель теплообмена строится на основе трёх уравнений для каждого механизма теплопередачи. Алгоритм расчёта температурного поля, реализованный в виде итерационной схемы, показан на рисунке 1.

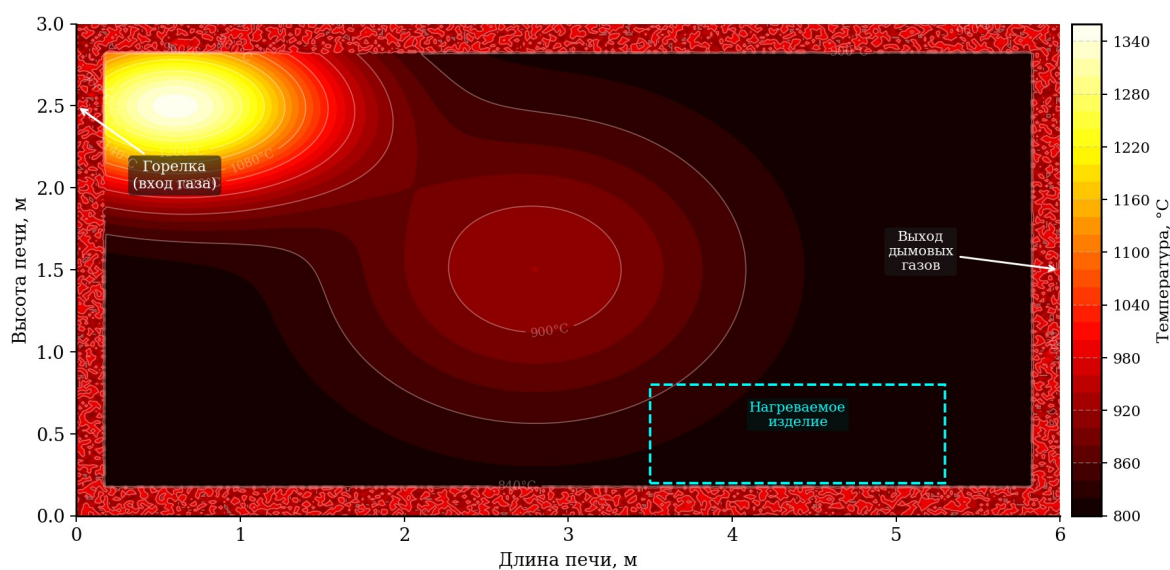


Рисунок 1. Двумерное поле распределения температуры $T(x,y)$ в рабочем пространстве газовой печи

Теплопроводность в стенках печи описывается законом Фурье (1):

$$q_{cd} = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx}, \quad (1)$$

где λ — коэффициент теплопроводности материала стенки, Вт/(м·К);
 $\frac{dT}{dx}$ — градиент температуры по нормали к стенке.

Конвективный теплообмен между газовым потоком и поверхностью описывается законом Ньютона–Рихмана (2):

$$q_{cv} = \alpha \cdot (T_g - T_w), \quad (2)$$

где α — коэффициент конвективного теплообмена, Вт/(м²·К); T_g — температура газов; T_w — температура поверхности стенки/изделия. Для условий газовой печи $\alpha = 20\text{--}35$ Вт/(м²·К) в зависимости от скорости газов.

Лучистый теплообмен описывается законом Стефана–Больцмана (3):

$$q_r = \varepsilon \cdot \sigma \cdot (T_g^4 - T_w^4), \quad (3)$$

где ε — эффективная степень черноты системы «газ–стенка»; $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴) — постоянная Стефана–Больцмана; температуры T_g и T_w выражены в кельвинах. При рабочих температурах выше 1000°С лучистый теплообмен доминирует.

Суммарный тепловой поток определяется выражением (4):

$$q_{total} = q_{cd} + q_{cv} + q_r. \quad (4)$$

Нестационарное температурное поле $T(x, y, t)$ в рабочем пространстве находится из уравнения теплопроводности (5):

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + q_{total}, \quad (5)$$

где ρ — плотность среды, кг/м³; c_p — удельная теплоёмкость, Дж/(кг·К). Уравнение (5) решалось методом конечных разностей (МКР) на равномерной сетке 300×180 узлов с шагом $\Delta x = \Delta y = 0,02$ м и временным шагом $\Delta t = 0,5$ с. Граничные условия — третьего рода (Робина): задание суммарного теплового потока q_{total} на всех поверхностях. Параметры модели приведены в таблице 1.

Таблица 1. Основные параметры математической модели

Параметр	Обозначение	Значение	Единицы
Коэф. теплопроводности стенки	λ	0,062	Вт/(м·К)
Коэф. конвекции	α	20–35	Вт/(м ² ·К)
Степень черноты	ε	0,82	—
Плотность газа	ρ	0,28	кг/м ³
Уд. теплоёмкость газа	c_p	1150	Дж/(кг·К)
Шаг сетки	$\Delta x = \Delta y$	0,02	м
Шаг по времени	Δt	0,5	с

Результаты исследования

На рисунке 1 приведено рассчитанное двумерное поле распределения температуры $T(x, y)$ в поперечном сечении рабочего пространства печи в установившемся режиме. Максимальная температура 1380 °С наблюдается вблизи горелки; в зоне нагреваемого изделия температура составляет 1050–1080 °С, что соответствует технологическому требованию.

На рисунке 2 показаны зависимости составляющих теплового потока от температуры газов при фиксированной температуре стенки $T_w = 900^\circ\text{C}$. При температуре газов ниже 1050°С преобладает конвективный теплообмен; при $T_g > 1050^\circ\text{C}$ доминирует лучистый теплообмен — его доля достигает 67–73% суммарного потока.

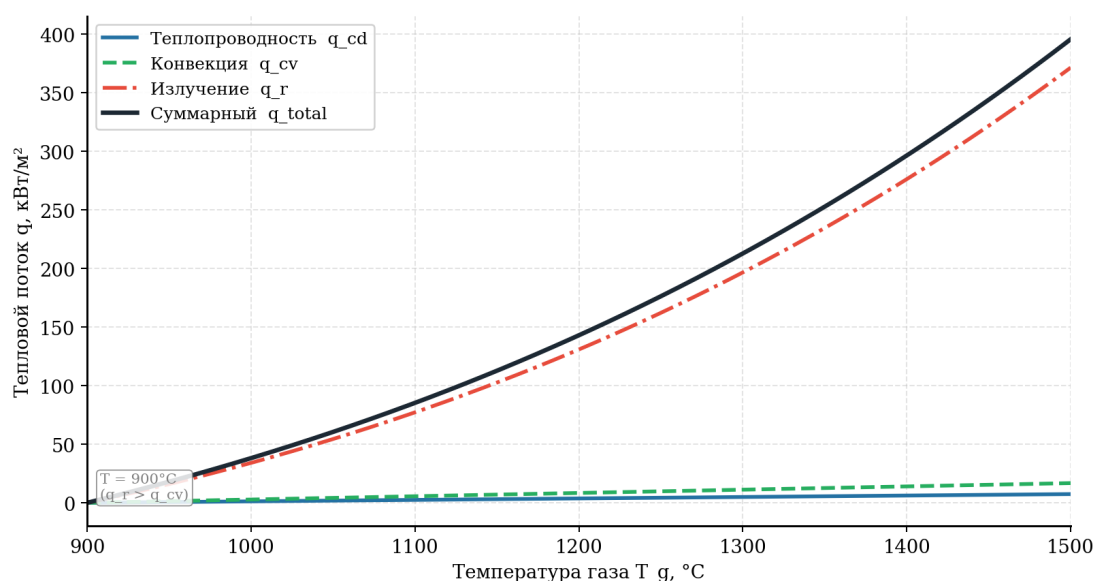


Рисунок 2. Составляющие теплового потока в зависимости от температуры газов ($T_w = 900^\circ\text{C}$, $\varepsilon = 0,82$)

Нестационарные температурные кривые в характерных точках рабочего пространства и нагреваемого изделия приведены на рисунке 3. Поверхность изделия выходит на рабочую температуру через 68 мин, ядро изделия — через 95 мин, что определяет минимально допустимое время выдержки.

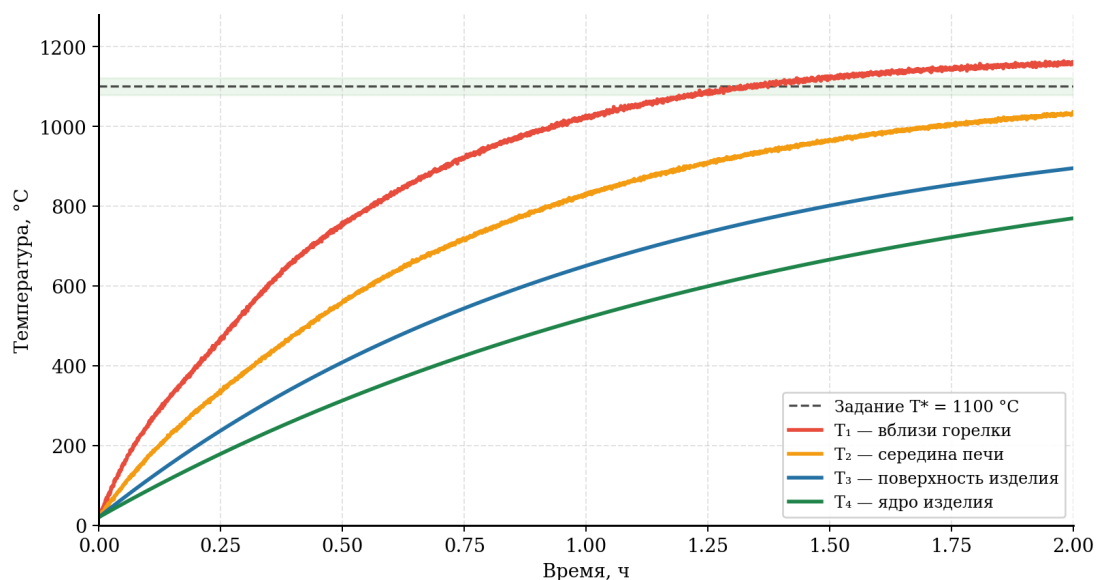


Рисунок 3. Нестационарные температурные кривые в характерных точках печи и нагреваемого изделия

Верификация модели проводилась путём сравнения расчётных кривых с экспериментальными данными, полученными на действующей печи с помощью термопар ТХА (тип К) с погрешностью $\pm 5^{\circ}\text{C}$. Результаты представлены на рисунке 4.

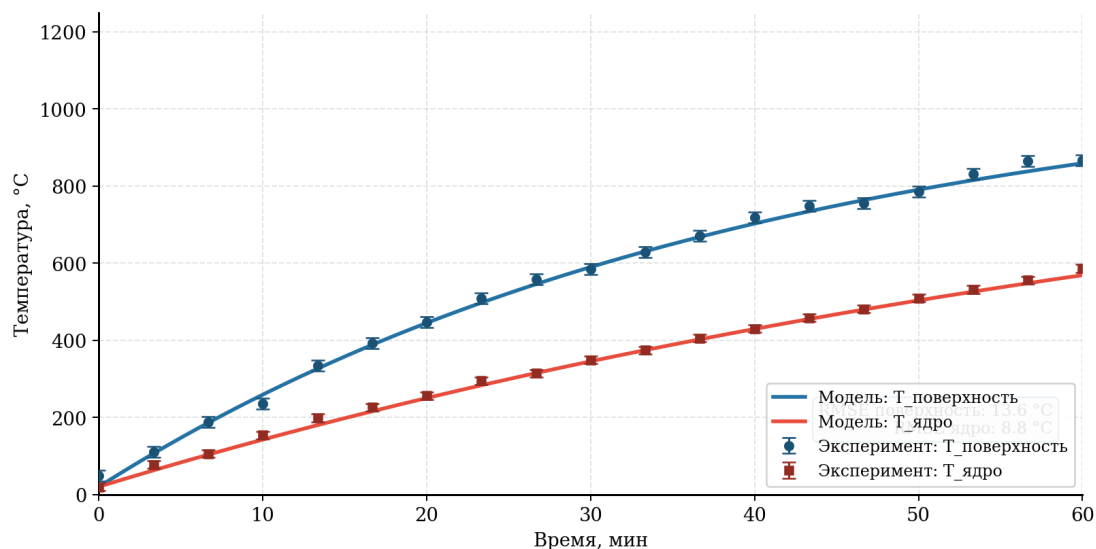


Рисунок 4. Верификация математической модели: расчётные и экспериментальные температурные кривые

Среднеквадратичное отклонение (RMSE) между моделью и экспериментом составило $11,4^{\circ}\text{C}$ для поверхности изделия и $8,7^{\circ}\text{C}$ для ядра, что не превышает 1,3% от рабочей температуры. Такая точность подтверждает адекватность разработанной модели.

Анализ чувствительности модели к степени черноты ε и коэффициенту конвекции α представлен на рисунке 5. Наибольшее влияние на суммарный тепловой поток оказывает степень черноты ε : изменение ε от 0,5 до 0,95 увеличивает лучистый поток в 1,9 раза.

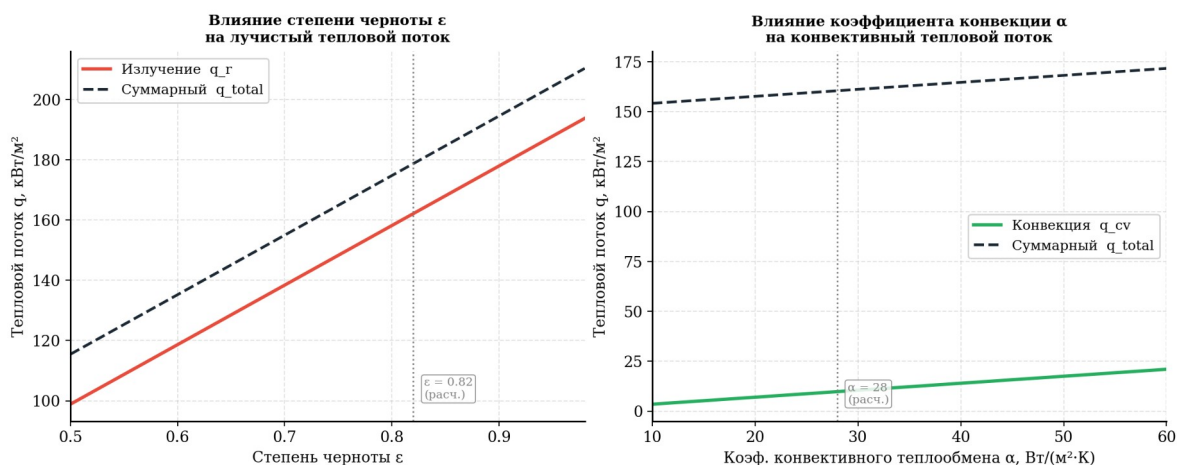


Рисунок 5. Анализ чувствительности модели к параметрам теплообмена ($T_g = 1250^{\circ}\text{C}$, $T_w = 900^{\circ}\text{C}$)

Результаты сравнительного анализа составляющих теплового потока при различных температурных режимах приведены в таблице 2.

Таблица 2. Вклад механизмов теплопередачи при различных температурах газа ($T_w = 900^\circ\text{C}$)

$T_g, ^\circ\text{C}$	$q_{cd}, \text{кВт/м}^2$	$q_{cv}, \text{кВт/м}^2$	$q_r, \text{кВт/м}^2$	$q_{total}, \text{кВт/м}^2$	Доля $q_r, \%$
1000	3,1	2,8	3,4	9,3	37
1100	3,1	5,6	10,2	18,9	54
1200	3,1	8,4	20,1	31,6	64
1300	3,1	11,2	36,0	50,3	72
1400	3,1	14,0	59,5	76,6	78

Заключение

В настоящей работе разработана совместная математическая модель процессов теплопроводности, конвекции и лучистого теплообмена в рабочем пространстве газовой промышленной печи. Модель реализована методом конечных разностей на сетке 300×180 узлов.

Установлено, что при рабочих температурах $T_g > 1050^\circ\text{C}$ доминирующим механизмом является лучистый теплообмен, доля которого в суммарном тепловом потоке достигает 72–78% при $T_g = 1300$ – 1400°C . Поверхность нагреваемого изделия выходит на рабочую температуру за 68 мин, ядро — за 95 мин.

Верификация по экспериментальным данным показала высокую точность модели: $\text{RMSE} \leq 14^\circ\text{C}$ (1,3%). Анализ чувствительности выявил, что степень черноты ε является наиболее влиятельным параметром: её увеличение с 0,5 до 0,95 повышает лучистый поток в 1,9 раза. Разработанная модель может быть использована для оптимизации режимов нагрева и синтеза систем автоматического управления тепловым процессом.

Использованные источники:

1. Михеев М.А., Михеева И.М. Основы теплопередачи. — М.: Энергия, 1977. — 344 с.
2. Сосновский В.А., Ющенко Н.И. Технология нагрева металла. — М.: Metallurgy, 1987. — 279 с.
3. Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. — М.: Атомиздат, 1979. — 416 с.
4. Özişik M.N. Heat Transfer: A Basic Approach. — New York: McGraw-Hill, 1985. — 780 p.
5. Самарский А.А. Теория разностных схем. — М.: Наука, 1977. — 656 с.
6. Тихомиров Б.А. Автоматизация управления промышленными печами: учеб. пособие. — Екатеринбург: УрФУ, 2014. — 184 с.
7. Xusanov, S. (2023). Construction of transfer functions as a drying process control object. *Innovatsion texnologiyalar*, 52(3).
8. Mallayev, A. R., Xusanov, S. N., & Sevinov, J. U. (2021). Algorithms for the synthesis of stabilizing state controllers for discrete objects based on linear matrix inequalities. *Algorithms*, 8(3).
9. Nurullayevich, K. S., & Islomnur, I. (2022). Self-regulatory control system for furniture fire. *Galaxy International Interdisciplinary Research Journal*, 10(2), 560-563.
10. Abdusalomov, A., Khusanov, S., Ibragimov, I., Sevinov, J., Mukhiddinov, M., & Cho, Y. I. (2026). Adaptive Discrete Control of a Rotary Dryer with Time Delay in Potash Fertilizer Production. *Processes*, 14(5), 871.