УДК 510-658.58

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПРИБЛИЖЕНИИ АНАЛИТИЧЕСКИ ЗАДАННЫХ ФУНКЦИЙ И АЛГОРИТМИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНО-СТЕПЕННЫЕ АППРОКСИМАЦИИ

М.М. Турдиматов

Ферганский филиал Ташкентского университета информационной технологии имени Мухаммада аль-Хорезми

***Аннотация**: в работе рассматриваются вопросы приближении аналитически заданных функций и экспериментальных данных экспоненциально-степенные аппроксимации. Предлагается методы вычислений и быстродействующий алгоритм для специализированных цифровых вычислительных машин.*

***Ключевые слова**: алгоритм, аналитический, аппаратурный, устройство, аппроксимация, программа, сплайн ,полином.*

SOLUTION OF EXERCISES OF APPROXIMATION OF ANALYTICALLY GIVEN FUNCTIONS AND ALGORITHMIC IMPLEMENTATION OF EXPONENTIAL-DEGREE APPROXIMATIONS

M.M. Turdimatov

Fergana branch of the Tashkent University of Information Technology named after Muhammad al-Khorezmi

***Abstract**: The paper deals with the approximation of analytically specified functions and experimental data by exponential- sedate approximations.*

Methods of calculations and a high-speed algorithm for specialized digital computers are proposed.

Keywords: *algorithm, analytical, hardware, device, approximation, program, spline, polynomial.*

Математическое и программное обеспечение вычислительных средств всё время остаётся прблемной. С этой точки зрения для измерительных системах требуется специальный алгоритмы. В конечном итоге совмешает с пробемой разработкой быстродействующий алгоритмом для специализированных цифровых вычислительных машинах. Разработка методов численного решения задач аппроксимации, а также приложениям этих методов при преобразованиях, передаче сигналов и создании устройств новой техники посвящены работы [1-4,6].

Для создания необходимой алгоритмов следует предварительно изучить свойства различных классов нелинейных приближений и построить вычислительные алгоритмы для нахождения параметров таких приближений. Необходимость использования нелинейных приближений и сплайнов возникает в связи с тем, что реальные физические процессы могут описываться почти любыми возможными аналитическими зависимостями, которые мы будем исследовать следующими выражениями и сплайнами [4]. Для приближения экспериментальных данных и специальных функций часто встречаются в измерительных системах используются выражения

$$E(x) = Ax^B e^{Cx}, \quad (1)$$

$$E(x) = Ax^B e^{Cx+Dx^2}. (2)$$

Как видно, соотношения (1)-(2) существенно нелинейные во всех случаях.

При приближении аналитических заданных функций и экспериментальных данных важное место занимают экспоненциально-степенные приближение, которое в общем виде соотношения (1) и (2) представим так

$$E_{n,m}(x) = Ax^{\sum_{i=1}^{n} a_i x^{i-1}} * e^{\sum_{i=1}^{m} b_i x^i}, \qquad (3)$$

где $m + n = l;\ n \geq 0;\ m \geq 0\ ;\ 0 < x < \infty.$

Заметим, что $\lim_{x\to 0} E_{n,m}(x) = \begin{cases} 0, \text{если} a_1 > 0; \\ A, \text{если} a_1 = 0; \\ \pm\infty, \text{если} a_1 < 0. \end{cases}$

Выражение (3) можно легко представить в виде:

$$E_{n,m}(x) = A \cdot \exp\{\ln \sum_{i=1}^{n} a_i\, x^{i-1} + \sum_{i=1}^{m} b_i\, x^i\},$$

при $x \to \infty$ как оно представить себя , т.е

$$\varphi(x) = \begin{cases} Ae^{b_m x^m}, m > n-1; \\ Ae^{(b_m + a_n lnx)x^m}, m = n+1; \\ Ae^{a_n * x^{n-1} \ln x}, m < n-1. \end{cases} \qquad (4)$$

Из уравнений (4) видно, что экспоненциально–степенное выражение (3) удобно приближать функции которые при $x \to \infty$ ведут себя как функции

$\varphi(x)$. Для примера применения функции (3) для приближения Г-функции (Г- гамма функция) при $x \epsilon$ [1,4] имеется приближения

$$\Gamma\ (x) \approx b_0 x^{a_1 + \mathrm{a}_2 \mathrm{x}} e^{b_1 \mathrm{x}}$$

С наименьшей относительной ошибкой $\delta_0 = 2{,}5\ \cdot 10^{-4}$, где

$$b_0 = 2,40176\ , a_1\ = -0{,}66040$$

$$b_1 = -0{,}87636\ , a_2 = 0{,}96231.$$

Теперь мы рассмотрим вычисление степенных полиномов и приводим методы перехода от программной реализации к аппаратурной.

Обычно все алгоритмы вычисления функций обладают общей тождественной частью: они требует приведения при помощи соответствующих формул всего интервала изменения аргумента заданной функций к некоторому стандартному интервалу, где и осуществляется приближение.

Как известно, что, время, затрачиваемое на такое приведение, для всех алгоритмов одинаково. Может оказаться что один алгоритм имеет высокое быстродействие и занимает большой объём памяти, а другой – низкое быстродействие при малой занимая объём памяти. Возникает вопрос, какой из них более эффективен для аппаратурной реализации. На выбор конкретного алгоритма будут влиять те цели, которых мы стремимся достичь при аппаратурной реализации, и те технические средства, которыми мы будем при этом располагать.

Эффективность, обычно измеряется либо количеством затрат, необходимых для получения определённых затратах, интегральная характеристика, критерием эффективности системы.

С этой точки зрения предлагается быстродействующий алгоритм и устройство для обеспечения специализированных цифровых вычислительных машин.

Исходя из выше приведенные будем вычислит exp(x) функций по формуле:

$$e^x=2^{[z]}(e^u)^2,$$

где z=x/ln2; [z]-ближайшие к z целое число;

U={z}ln2/2, {z}= z-[z] дробная часть.

Для вычисления e^x пользуемся разложением в ряд Тейлора на интервал

[-1,1]. Причем достаточно взять 14 членов ряда, чтобы абсолютная погрешность не превышала 10^{-11}, т.е. $|R_{14}| < 10^{-11}$.

Под действием метода нахождения многочлена наилучшего равномерного приближения понизим степень ряда[5]. Причем погрешность после этого не превосходит 10^{-10}. Видно, что в место 14 члена остаётся 4.

Для $|u| \leq 0.5$ e^u вычисляется по следующей формуле:

$$e^u = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 + a_3 u^3 + a_4 u^4,$$

где a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 коэффициенты полученное по методу обобщенного алгоритма вычисления функций[5]:

$a_0 = 1{,}000\ 000\ 000\ 00;$

$a_1 = 0{,}693\ 147\ 180\ 54;$

$a_2 = 0{,}240\ 226\ 506\ 93;$

$a_3 = 0{,}055\ 504\ 111\ 42;$

$a_4 = 0{,}009\ 617\ 883\ 86.$

Если мы применим схема Горнера, тогда

$$e^{u} = a_0 + u\Big(a_1 + u\big(a_2 + u(a_3 + a_4 u)\big)\Big),$$

алгоритм состоит из следующих:

$b_4 = a_4;\quad b_3 = a_3 + ub_4;\quad b_2 = a_2 + ub_3;\quad b_1 = a_1 + ub_2;$
$e^{u}=a_0 + ub_1.$

Программно-ориентированный алгоритм:

1. C_1 =1.44269504089;
2. C_2 =0.34657354028;
3. $C_3=C_1$ *x;
4. Ноль при $[C_3]<-128$;
5. Переполнение при $[C_3]>128$;
6. $C_4=[C_3]$;
7. $C_5=C_3-C_4$;
8. $C_6=C_5*C_2$;
9. $C_7=a_4$;
10. $C_8=a_3+C_6*C_7$;
11. $C_9=a_2+C_6*C_8$;
12. $C_{10}=a_1+C_6*C_9$;
13. $C_{11}=a_0+C_6*C_{10}$;
14. $C_{12}=C_{11}^{\ 2}$;
15. $C_{13}=2^{C}{}_{4}$;
16. $C_{14}=C_{13}*C_{12}$;
17. $e^x=c_{14}$.

Можно отметить, что этот алгоритм легко применяется для получения произвольной точности. Для стандартных как типа экспонента функций разработан устройство для вычисления в работе [6].

А также предлагаем для повышения быстродействие устройств метод параллельного вычисления и распараллеливания устройства, основанного на двух арифметических операциях-умножения и сложения [7].

ЛИТЕРАТУРА

1.Nurnberger G., Sommer M. Remez type algorithm for spline functions. Ibid.-1983. 41, N 1.-P. 117-146.

2.Newman D.J. Optimal relative error rational approximation to e^x . J. approxim. Theory.-1984.-40, N2.-P. 111-114.

3.Попов Б.А., Теслер Г.С. Вычисление функции на ЭВМ. Справ. – Киев. Наук. думка, 1984 .-600.

4.Турдиматов М.М., Хасанов А.А. Цифро-аналоговая линеаризация на основе аппроксимации непрерывными сплайнами. Научно-технический журнал ФерПИ. Фергана-2017г. №4, стр.134-138.

5.Турдиматов М.М., Хасанов А.А. Обобщенный алгоритм вычисления элементарных функций. Учёный XXI века, Международный научный журнал. №6-2(19), июнь 2016 г. Москва, стр.12-16.(uch21vek@gmail.com)

6.Турдиматов М.М.и др.Устройство вычисления функций. Илм фан тараккиёти интеграцияси. Тошкент, 2015. 154-158 б.

7.Турдиматов М.М. и др. Создание арифметических выражений и операций для распараллеливания процессоров. Научно-технический журнал ФерПИ. 2017 спец.вып. Фергана-2017 г. Стр.106-108.