

**ZAMONAVIY UMUMIY O'RTA TA'LIM MAKTABLARIDA
TESKARI TRIGONOMETRIK FUNKSIYALARNI O'QITISH
METODIKASI**

Qosimova O'g'ilxon Zokirjon qizi
“Matematika o'qitish metodikasi” kafedrası o'qituvchisi
Toshkent davlat pedagogika universiteti
O'zbekiston Respublikasi

***Anotatsiya:** Maqolada umumiy o'rta ta'lim maktablarida trigonometriya bo'limini o'qitishdagi muommolar, trigonometriya bo'limini o'rganishda teskari trigonometrik funksiyalar mavzusining ahamiyati, teskari trigonometrik funksiyalar mavzusini o'qitishda o'qituvchilarga metodik tavsiyalar va unga doir masalalar yechimi ko'rsatilgan.*

***Kalit so'zlar:** Teskari trigonometrik funksiyalar, Arkfunksiyalar: arksinus, arkkosinus, arktangens, arkkotangens funksiyalar, teskari trigonometrik funksiyaning hossalari, teskari trigonometrik funksiyalar qatnashgan tenglamalar.*

**METHODOLOGY OF TEACHING INVERSE TRIGONOMETRIC
FUNCTIONS IN MODERN GENERAL SECONDARY SCHOOLS**

Kasimova Ogilkhon Zokirjon kizi
Tashkent State Pedagogical University
Teacher of Department of "Methodics of teaching mathematics"
Republic of Uzbekistan

***Annotation:** The article deals with the problems of teaching trigonometry in general secondary schools, the importance of the topic of inverse trigonometric functions in the study of trigonometry, methodical*

recommendations for teachers in teaching the topic of inverse trigonometric functions and solutions to related problems. shown.

Keywords: *Inverse trigonometric functions, Arcfunctions: arcinus, arccosinus, arctangent, arcotangens functions, properties of inverse trigonometric function, equations involving inverse trigonometric functions.*

Trigonometriya kursida trigonometrik funksiyalarni o'rganish alohida ahamiyatga ega. "Teskari trigonometrik funksiyalar" mavzusi metodologik nuqtai nazardan o'qituvchi uchun ham, tushunish va o'zlashtirish nuqtai nazaridan o'quvchi uchun ham eng qiyin mavzulardan biri hisoblanadi. Afsuski, maktab o'quv darsliklarida ushbu mavzuga tegishli e'tibor berilmagan. Masalan, amaldagi 10 sinf "Algebra va analiz asoslari II qism" darsligida faqat arksin, arkkosin, arktangens ta'riflari va ushbu ta'riflarni qo'llash uchun eng oddiy mashqlar berilgan. "Teskari trigonometrik funksiyalar" atamasi kiritilmagan.

Shubhasiz, arkfunksiyalari tushunchalari va ularning xususiyatlari trigonometrik tenglamalar va tengsizliklar yechimining mohiyatini tushunishda muhim rol o'ynaydi.

Umumiy o'rta ta'lim maktab o'quvchilari teskari trigonometrik funksiyalarning xususiyatlarini tushunishda, eng oddiy trigonometrik tenglamalarni yechishda qiyinchiliklarga duch kelishadi.

Umumiy o'rta ta'lim o'quvchilarining matematika fanini o'zlashtirish darajasini aniqlash maqsadida o'tkazilgan yozma ish natijalari L.M.Bronnikova, I.V. Kiselnikov, O.A.Tishchenkolar tomonidan o'rganib chiqildi, ularning asosiy maqsadi ko'p sonli o'quvchilarning topshiriqlarni bajarishdagi yo'l qo'ygan asosiy xatoliklarini tahlil qilishdan iborat edi. Bu o'rganishlardan e'tiborimizni teskari trigonometrik funksiyalarga doir amallarni bajarishda o'quvchilar yo'l qo'ygan xatolarga qaratamiz.

Yozma ishning 15-topshirig'i quyidagicha

$$6\cos^2 x + 5\sqrt{2}\sin x + 2 = 0$$

a) Tenglamani yeching, b) Tenglamani $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ kesmadagi yechimlarini ko'rsating.

Ushbu topshiriqni ikkala qismini ham to'g'ri bajargan o'quvchilar umumiy o'quvchilarning 19,27 % ni, Faqat bitta qismini to'g'ri bajargan yoki tenglamani yechishning oxirgi bosqichida hisoblashda xatolikka yo'l qo'ygan o'quvchilar esa umumiy o'quvchilarning 8,9 % ni, topshiriqni noto'g'ri yechganlar 25,93 % ni, umuman bajarmagan o'quvchilar esa 45,9 % ni tashkil qiladi.

Tenglamani yechishda ko'p sonli o'quvchilar bir xil xatolikka yo'l qo'yganligi kuzatilgan. O'quvchilar topshiriqni bajarishda arkfunksiyalarning qiymatlarini noto'g'ri hisoblashgan yoki arkfunksiyalarning manfiy argumentdagi qiymatini topa olmaganlar. Ushbu xatolar, tenglamaning ildizlari noto'g'ri ko'rsatilganligiga olib keladi, natijada masalaning birinchi bandi bajarilmaydi.

Masalan: $\sin x = -\frac{1}{2}$ ko'rinishidagi sodda trigonometrik tenglamani yechishda: $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$ ning qiymatini $-\frac{\pi}{6}$ emas $-\frac{\pi}{3}$ ga teng deb hisoblashgan.

Bundan tashqari o'quvchilar $\arccos(\square a)$ $\square\square\square\square\square\arccosa$ emas $\arccos(\square a)$ $\square\square\arccosa$ deb hisoblashadi. Bunga sabab $y = \square\square\cos x$ funksiya juftigidan $y = \square\square\arccos x$ funksiya ham juft deb hisoblashlari bo'lishi mumkin.

O'qituvchilar uchun muammo: Bunday vaziyatda nima qilish kerak?

Maktab o'quvchilari tomonidan materialni yaxshi o'zlashtirishi va oliy o'quv yurtlariga kirish imtihonlarida mavzuga doir masalalarni to'g'ri yechishlari uchun o'qituvchilar "teskarilanuvchanlik" va "teskari trigonometrik funksiyalar" tushunchalari bilan bog'liq qo'shimcha soatlarni o'tkazishlari kerak. Ushbu qo'shimcha materialni o'rganishning asosiy uchta nuqtasiga to'xtalamiz:

1) Teskari funksiya yordamida arkfunksiyalar ta'riflarini kiritish;

2) $y = \sin x \left(x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right] \right), y = \cos x (x \in [0; \pi]), y = \operatorname{tg} x \left(x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right) \right),$
 $y = \operatorname{ctg} x (x \in (0; \pi))$ funksiyalarning xossalari asosan $y = \arcsin x, y = \arccos x, y = \arctan x, y = \operatorname{arcctg} x$ funksiyalarining xususiyatlarini analitik ravishda hosil qilish;

3) quyidagi mavzularni ko'rib chiqish: "Trigonometrik funksiyalarni teskari trigonometrik funksiyalar orqali ifodalash", "Arkfunksiyalar qatnashgan ifodalarni soddalashtirish", "Ayniyatni isbotlash", "Arkfunksiyalar qiymatlarini trigonometrik funksiyalar qiymatlaridan hisoblash", "Teskari trigonometrik funksiyalarni teskari trigonometrik funksiyalar bo'yicha ifodalash", "Teskari trigonometrik funksiyalar qatnashgan tenglamalarni yechish", "Teskari trigonometrik funksiyalar qatnashgan tengsizliklarni yechish".

Teskari trigonometrik funksiyalar mavzusida o'quvchilar bilan birgalikda dars mashg'ulotlarida quyidagi mashqlarni bajarishni tavsiya etish mumkin.

I. Teskari trigonometrik funksiyaning xossalari doir mashqlar:

$y = \arcsin(3x - 4)$ funksiyaning aniqlanish sohasini toping

Yechish: arksinus funksiyasi $[-1; 1]$ kesmada aniqlanadi, shuning uchun funksiya aniqlanish sohasini topish uchun $-1 \leq 3x - 4 \leq 1$ tengsizlikni yechish kifoya

Javob: $\left[1; \frac{5}{3} \right]$

2. $y = \frac{9}{\pi} \arccos \left(\frac{3\sqrt{2} + \sin x - \cos x}{4\sqrt{2}} \right)$ funksiyaning qiymatlar sohasini toping

Yechish: Yig'indini ko'paytmaga keltirish formulasidan foydalanamiz:
 $\sin x - \cos x = \sin x - \sin \left(\frac{\pi}{2} - x \right) = 2 \cos \frac{\pi}{4} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = \sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$

Sinus funksiyaning qiymatlar sohasi $[-1; 1]$ kesma. Demak $\sqrt{2} \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$ funksiyaning qiymatlar sohasi $(-\sqrt{2})$ dan $(\sqrt{2})$ gacha. Bundan $(3\sqrt{2} + \sin x - \cos x)$ funksiyaning qiymatlar sohasi $(2\sqrt{2})$ dan $(4\sqrt{2})$ gacha qiymatlarni qabul qiladi.

$t = \frac{3\sqrt{2} + \sin x - \cos x}{4\sqrt{2}}$ kasr 0,5 va 1 oraliqda qiymatlarni qabul qiladi. Bu qiymatlarda $\arccos 0,5 = \frac{\pi}{3}$ va $\arccos 1 = 0$, demak $t \in [0,5; 1]$ da $\arccos t \in \left[0; \frac{\pi}{3}\right]$. Bu yerda $E(y) = E\left(\frac{9}{\pi} \arccos t\right) = [0; 3]$

Javob: $[0; 3]$

II. Ifodani qiymatini hisoblashga doir mashqlar.

Ifoda qiymatini hisoblashda trigonometriya formulalaridan foydalaniladi.

3. $\sin(200 \arcsin(-0,5))$ ni qiymatini aniqlang.

Yechish: $\arcsin 0,5 = \frac{\pi}{6}$, shunda

$$\begin{aligned} \sin(200 \arcsin(-0,5)) &= -\sin\left(\frac{200\pi}{6}\right) = -\sin\left(34\pi - \frac{2\pi}{3}\right) = \sin\frac{2\pi}{3} = \sin\frac{\pi}{3} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

Javob: $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. $\operatorname{ctg}\left(\arccos\left(-\frac{1}{3}\right) - \pi\right)$ ni hisoblang.

$$\begin{aligned} \text{Yechish: } \operatorname{ctg}\left(\arccos\left(-\frac{1}{3}\right) - \pi\right) &= \operatorname{ctg}\left(\pi - \arccos\frac{1}{3} - \pi\right) = \\ \operatorname{ctg}\left(-\arccos\frac{1}{3}\right) &= -\operatorname{ctg}\left(\arccos\frac{1}{3}\right) = -\frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{9}}} = -\frac{1}{2\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

Javob: $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

5. Ifodani hisoblang: $\arctg 2 + \arctg 3$

Yechish: $\alpha = \arctg 2 + \arctg 3$ belgilash kiritib olamiz.

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= \operatorname{tg}(\arctg 2 + \arctg 3) = \frac{\operatorname{tg}(\arctg 2) + \operatorname{tg}(\arctg 3)}{1 - \operatorname{tg}(\arctg 2) \cdot \operatorname{tg}(\arctg 3)} = \frac{2 + 3}{1 - 2 \cdot 3} \\ &= -1 \end{aligned}$$

$\operatorname{tg} \alpha = -1$ dan α ni qiymatini topib olamiz. Ushbu qiymat aniq bo'lishi uchun α ning o'zgarish chegaralarini ko'rsatish kerak.

$\frac{\pi}{4} < \arctg 2 < \frac{\pi}{2}$ va $\frac{\pi}{4} < \arctg 3 < \frac{\pi}{2}$, bundan $\frac{\pi}{2} < \arctg 2 + \arctg 3 < \pi$,
demak,

$$\frac{\pi}{2} < \arctg 2 + \arctg 3 < \pi, \text{ bundan } \alpha = \frac{3\pi}{4}$$

Javob: $\alpha = \frac{3\pi}{4}$

III. Teskari trigonometrik funksiyalarni o'z ichiga olgan tenglamalarni yechish.

Arkfunksiyalarini o'z ichiga olgan tenglamalarni yechishda, tenglamalarni yechishning umumiy usullari, xususan, ma'lum bir algebraik tenglamaga olib keladigan o'zgaruvchilarni almashtirish usuli qo'llaniladi, shuning uchun o'quvchilar bilan algebraik tenglamalarni yechishning bilim va ko'nikmalarni umumlashtirish va tizimlashtirish bo'yicha dastlabki ishlar olib boriladi.

6. $2\arcsin^2 x - 7\arcsin x + 3 = 0$ tenglamani yeching.

$\arcsin x = z$ deb belgilash kiritib $2z^2 - 7z + 3 = 0$. Bunda tenglamaning ildizlari

$z_1 = 3$ va $z_2 = \frac{1}{2}$ ga teng. $z_1 = 3$ tenglamaning yechimi bo'l olmaydi chunki, $-\frac{\pi}{2} \leq \arcsin x \leq \frac{\pi}{2}$. $\arcsin x = \frac{1}{2}$ tenglamani mikrokalkulyator yordamida yechib $x = \sin \frac{1}{2} \approx 0,4794$ ekanligini anqlaymiz.

Javob: $\sin \frac{1}{2}$

O'quvchilarning trigonometrik tenglama va tengsizliklarni to'g'ri va aniq yechishiga faqatgina ularga teskari trigonometrik funktsiyalar xususiyatlarini ifodalovchi ma'lum miqdordagi to'g'ri tanlangan misollar yechimini o'rgatish bilangina erishiladi. Teskari trigonometrik funktsiyalar mavzusida maqsadli o'qitish, nostandart masalani yechish bilan bog'liq faoliyatining ba'zi xususiyatlarini aniqlab, o'quvchilarning matematika faniga bo'lgan qiziqishini uyg'otishi va matematika faniga bo'lgan muhabbatini kuchaytirishi mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar.

1. N. Dilmurodov., Q.Abdullayev., Trigonometriya. O'quv qollanma. Qarshi davlat universiteti .2010 99bet
2. <http://reja.tdpu.uz/shaxsiyreja/elibrary/download//5809> K. Muhamedov, Elementar matematikadan qo'llanma
3. Родионова И.А, Совершенствование методики преподавания обратных тригонометрических функций в старшей школе. Научный альманах · 2016 · N 6-1(20)
4. Кара-Сал Н.М., Бичи-оол Е.К., Приемы отбора корней при решении тригонометрических уравнений. ВЕСТНИК Педагогические науки 2016/4
5. <http://dspace.www1.vlsu.ru/bitstream/123456789/4526/1/01495.pdf>