

# ИССЛЕДОВАНИЕ ЯВЛЕНИЙ КОГЕРЕНТНОСТИ В СИСТЕМАХ МАТЕРИИ И ИЗЛУЧЕНИЯ, А ТАКЖЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МАТЕРИИ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ.

*Усмонов Джоксонгир Нишонбоевич*

*Доцент кафедры «Общей физики» Андижанского  
государственного университета, доктор  
философии (PhD) в области физики и математики.*

*Орипов Шохрухмирзо Музаффарбек ўгли*

*1-й год обучения в магистратуре по  
специальности «Атомная и ядерная физика»,  
Андижанский государственный университет*

**Аннотация:** В данной статье в классической физике показатель преломления среды рассматривается как зависящий от воздействия электромагнитного поля на эту среду. Однако доказано, что дисперсия (преломление) возникает в результате взаимодействия одного двухуровневого атома с одним фотоном. В данной диссертации обсуждается расширение этого анализа на более сложную систему — взаимодействие трехуровневого атома с двумя фотонами.

**Ключевые слова:** Когерентность, Взаимодействие материи и излучения, Квантовая оптика, Трехуровневый атом, Двухфотонная дисперсия, Квантование электромагнитного поля, Квантовая интерференция, Адиабатические процессы, Фотонные квантовые биты, Интерферометр Маха-Цендера

*Abstract: In this situation, the classical physical index of refraction of a medium is considered to depend on the effect of an electromagnetic field on that medium. It is proven that dispersion (refraction) leads to the interaction of one two-*

*dimensional atom with one photon. This dissertation discusses the extension of this analysis to a more complex system—the interaction of a three-level atom with two photons.*

**Keywords:** Coherence, Matter-radiation interaction, Quantum optics, Three-level atom, Two-photon dispersion, Electromagnetic field quantization, Quantum interference, Adiabatic processes, Photonic quantum bits, Mach-Zehnder interferometer

Взаимодействие электромагнитного поля с атомом носит, по сути, квантовый характер[12]. Таким образом, электронное состояние атома и фотонное состояние электромагнитного поля определяются квантовыми операторами[12]. В следующих разделах будут рассмотрены квантовые операторы, необходимые для анализа взаимодействия фотонного поля с общим  $n$ -уровневым атомом. Рассмотрим  $n$ -уровневый атом с электронами, локализованными в  $N_e$ . Данный электрон  $e^-$  в этой системе начинает движение из начального состояния  $i$  и в конечном состоянии  $j$  в результате некоторого процесса, который ограничен принципом исключения Паули посредством антикоммутиационного соотношения Ферми-Дирака [4, 2, 7].

$$e^{-\frac{iE_i t}{\hbar}} |i\rangle e^{-\frac{iE_j t}{\hbar}} |j\rangle \quad (1)$$

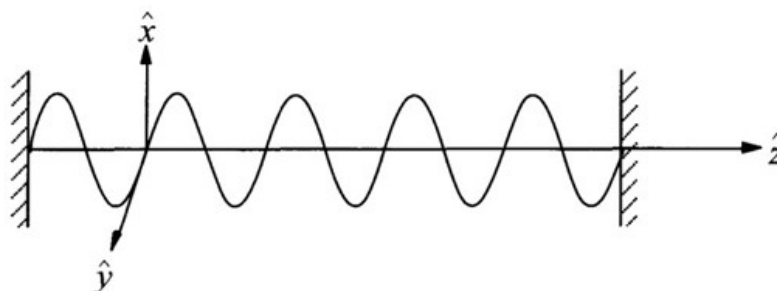
### Электронный переход

Здесь четко указана фаза, связанная с энергией состояния.  $E_i$  и  $E_j$  — начальная и конечная энергии электрона соответственно. Оператор, связанный с этим изменением состояния, — это атомный оператор перехода  $\hat{\sigma}_{ij}$ , определяемый как [14].

$$\hat{\sigma}_{ij} = e^{-i\omega_{ij}t} |j\rangle \langle i| \quad (2)$$

Таким образом,  $\omega_{ij} = (E_j - E_i)/\hbar$  — это частота возбуждения двух атомных энергетических уровней, как показано на рисунке 2. (6.1)

Важным случаем оператора атомного перехода является ситуация, когда начальное и конечное состояния равны. В этом случае  $\sigma_{ij} = |i\rangle\langle i|$  и оставляет состояние неизменным даже в фазе. Это полезно, когда необходимо рассчитать энергию конкретного электрона. Квантовая теория свободного электромагнитного поля была впервые разработана в середине 1920-х годов в работах Борна, Гейзенберга и Джордана. Свободное электромагнитное поле — это поле, в котором отсутствует взаимодействие между веществом и окружающей средой [1, 3].



**Рисунок 1. Электромагнитная волна в резонансной полости длиной L.[20]**

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial \vec{B}(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (3) \quad \vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r}, t) = \frac{\partial \vec{D}(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (4)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D}(\vec{r}, t) = 0, \quad (5) \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) = 0. \quad (6)$$

Стандартные правые соотношения для этих уравнений приведены в [3].

$$\vec{D}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \vec{E}(\vec{r}, t), \quad (7) \quad \vec{H}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\mu_0} \vec{B}(\vec{r}, t) \quad (8)$$

В уравнениях 3 и 4  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$  — соответственно диэлектрическая проницаемость и магнитная проницаемость свободного пространства[1].

Кроме того, эти величины подчиняются соотношению  $\mu_0 \epsilon_0 = c^{-2}$

где  $c$  — скорость света в вакууме[1]. Взяв ротор  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = \partial \vec{B} / \partial t$  и используя

Можно показать, что уравнения 4, 5 и 6 удовлетворяют волновому уравнению электрического поля [1] с векторной сингулярностью  $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}$ ,

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E}(\vec{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = 0. \quad (9)$$

Теперь рассмотрим резонансную полость длиной  $L$ . Разложение электрического поля в этой полости по нормальным модам можно представить следующим образом [3]

$$E_x(z, t) = \sum_n A_n q_n(t) \sin(k_n z) \quad (10)$$

Здесь электрическое поле считается поляризованным в направлении оси  $x$ . В этом разложении  $q_n(t)$  — амплитуда данной моды,  $k_n = \frac{n\pi}{L}$  имеющая единицы длины. Если

$$n \in \mathbb{N} \quad \text{и} \quad A_n = \sqrt{\frac{2\nu_n^2 m_n}{\varepsilon_0 V}} \quad (11)$$

$A_n$  Естественная частота зазора в зависимости от  $\nu_n = \frac{n\pi c}{L}$  дается с

Здесь  $L$ ,  $V = L \cdot A$  — объем резонатора (где  $L$  — длина полости, а  $A$  — площадь поперечного сечения оптического резонатора),  $m_n$  — постоянная с единицами массы [15]. Массовый член вводится для объяснения параллелизма между механическим простым гармоническим осциллятором и одной модой электромагнитного поля. В результате получается.

$$H_y(z, t) = \sum_n A_n \left[ \frac{\dot{q}_n(t) \varepsilon_0}{k_n} \right] \cos(k_n z) \quad (12)$$

Классическая плотность гамильтониана поля задается формулой [3]

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2} \int_V [\varepsilon_0 E_x^2(z, t) + \mu_0 H_y^2(z, t)] dV, \quad (13)$$

где интегрирование производится по объему пространства. Используя уравнения 10 и 12 в уравнении 13, получаем гамильтониан:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} &= \frac{1}{2} \sum_n (m_n \nu_n^2 q_n^2 + m_n \dot{q}_n^2) \\ &= \frac{1}{2} \sum_n \left( m_n \nu_n^2 q_n^2 + \frac{p_n^2}{m_n} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь  $p_n = m_n \dot{q}_n(t)$  — канонический импульс  $n$ -го вещества. Очевидно, что классическое поле излучения, как было показано, является суммой энергий осцилляторов и, следовательно, динамически эквивалентно механическому

гармоническому осциллятору[2, 15, 3].

## ЛИТЕРАТУРА

1. David J Griffiths, Introduction to electrodynamics, Cambridge University Press, 2023.
2. David J Griffiths and Darrell F Schroeter, Introduction to quantum mechanics, Cambridge university press, 2018.
3. John David Jackson, Classical electrodynamics, John Wiley & Sons, 2021.
4. Pieter Kok and Brendon W Lovett, Introduction to optical quantum information processing, Cambridge university press, 2010.
5. Kenneth S Krane, Modern physics, John Wiley & Sons, 2019.
6. Lev Davidovich Landau, Evgeniĭ Mikhaĭlovich Lifshitz, and Evgeniĭ Mikhaĭlovich Lifshitz, Mechanics, vol. 1, CUP Archive, 1960.
7. Ulf Leonhardt, Measuring the quantum state of light, vol. 22, Cambridge university press, 1997.
8. Eugen Merzbacher, Quantum mechanics, John Wiley & Sons, 1998.
9. R Miller, TE Northup, KM Birnbaum, ADBA Boca, AD Boozer, and HJ Kimble, 63 Trapped atoms in cavity qed: coupling quantized light and matter, Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics 38 (2005), no. 9, S551.
10. Michael A Nielsen and Isaac L Chuang, Quantum computation and quantum information, vol. 2, Cambridge university press Cambridge, 2001.
11. Hamim Mahmud Rivy, Syed A Aljunid, Emmanuel Lassalle, Nikolay I Zheludev, and David Wilkowski, Single atom in a superoscillatory optical trap, Communications Physics 6 (2023), no. 1, 155.
12. Yuri Rostovtsev, Jacob Emerick, and Anil K Patnaik, The refractive index of a single atom experienced by a single photon, Results in Optics 13 (2023), 100568.
13. Jun John Sakurai and Jim Napolitano, Modern quantum mechanics, Cambridge University Press, 2020.

13. Benjamin Schumacher, Quantum coding, Physical Review A 51 (1995), no. 4, 2738.
14. Marlan O Scully and M Suhail Zubairy, Quantum optics, Cambridge university press, 1997.