

XOS TO‘LQINLARNING IKKI QATLAMLI QOVUSHQOQ-ELASTIK TO‘LDIRUVCHILI SILINDRIK QOBIQDA TARQALISHI

Xolyigitova Mohigul Naim qizi

Jizzax davlat pedagogika universiteti, Jizzax, O‘zbekiston

Annotatsiya: Ushbu maqolada ikki qatlamli qovushqoq-elastik to‘ldiruvchili silindrik qobiqda xos to‘lqinlarning tarqalish xususiyatlari o‘rganilgan. Tashqi qobiq materialli elastik, ichki to‘ldiruvchi qatlam esa Fogt modeli asosida qovushqoq-elastik xossalarga ega deb qabul qilingan. Harakat tenglamalari tsilindrik koordinatalar sistemasida tuzilgan va fazoviy yechimlar usuli yordamida echilgan. Dispersiya tenglamalari chiqarilgan, fazali va guruh tezliklarining to‘lqin soni va chastotaga bog‘liqligi tahlil qilingan. Sonli hisoblashlar natijasida qovushqoqlikning to‘lqin tarqalish xarakteristikalariga ta’siri aniqlangan.

Kalit so‘zlar: silindrik qobiq, qovushqoq-elastik muhit, xos to‘lqinlar, garmonik to‘lqinlar, dispersiya tenglamasi, fazali tezlik, guruh tezligi, Fogt modeli, ikki qatlamli tizim.

Abstract: This paper investigates the propagation characteristics of free waves in a cylindrical shell with a two-layer viscoelastic filler. The outer shell is assumed to be elastic while the inner filler layer possesses viscoelastic properties described by the Voigt model. Equations of motion are formulated in cylindrical coordinates and solved using the method of spatial solutions. Dispersion equations are derived and the dependences of phase and group velocities on wave number and frequency are analyzed. Numerical computations reveal the effect of viscosity on wave propagation characteristics.

Keywords: cylindrical shell, viscoelastic medium, free waves, harmonic waves, dispersion equation, phase velocity, group velocity, Voigt model, two-layer system.

Silindrik qobiqlar zamonaviy muhandislik konstruksiyalarining muhim tarkibiy qismlaridan biri hisoblanadi. Ular neft-gaz sanoatidagi magistral quvurlar,

aviatsiya va kosmik muhandisligi, suv osti kemalar korpuslari, biologik to'qimalar modellari va ko'plab boshqa sohalarda keng qo'llaniladi. Bunday konstruksiyalarning dinamik xatti-harakatini to'g'ri tushunish ularning ishonchliligini va uzoq muddatli xizmatini ta'minlash uchun muhim ahamiyatga ega.

Elastik qobiqlarda to'lqin tarqalishini o'rganish bo'yicha keng ko'lamli tadqiqotlar olib borilgan. Love [1], Flügge [2], Leissa [3] va boshqalar silindrik qobiqlardagi ko'ndalang va bo'ylama to'lqinlarni tadqiq etishgan. Qovushqoq-elastik muhitlarda to'lqin tarqalishi masalalari esa Christensen [4] va Lekhniskiy [5] asarlarida batafsil ko'rib chiqilgan. Ammo ikki qatlamli – elastik qobiq va qovushqoq-elastik to'ldiruvchi tizimida to'lqin tarqalishi to'la o'rganilmagan masalalar sirasida qolmoqda.

Mexanik model va asosiy tenglamalar

Tashqi radiusi R , qalinligi h bo'lgan elastik silindrik qobiqni ko'ramiz. Qobiq ichki qismi radial yo'nalishda a qalinlikdagi qovushqoq-elastik material bilan to'ldirilgan (1-rasm).

Tashqi qobiq uchun klassik Kirxhoff–Lav nazariyasiga asoslangan harakat tenglamalari quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$D\nabla^4 w + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + N_r \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + N_\theta / r^2 \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} = q_z,$$

bu yerda w – qobiqning normal siljishi; $D = Eh^3/[12(1-\nu^2)]$ – silindrik qattiqlik; E – Yung moduli; ν – Puasson koeffitsienti; ρ – qobiq materiali zichligi; q_z – to'ldiruvchi tomonidan qobiqqa ta'sir etuvchi normal bosim.

Qovushqoq-elastik to'ldiruvchi uchun Fogt modeli qabul qilinadi. Ushbu modelda kompleks modul quyidagicha ifodalanadi:

$$E(\omega) = E_0 + i\omega\eta,$$

bu yerda E_0 – statik elastiklik moduli; η – qovushqoqlik koeffitsienti; ω – garmonik tebranish chastotasi; i – mavhum birlik.

To'ldiruvchi qatlam uchun harakat tenglamalari tsilindrik koordinatalar (r, θ, z) da quyidagicha tuziladi:

$$\begin{aligned}(\lambda + 2\mu)\partial\varepsilon/\partial r - 2\mu/r \partial\omega z/\partial\theta + 2\mu\partial\omega\theta/\partial z &= \rho_f \partial^2 u_r/\partial t^2, \\(\lambda + 2\mu)(1/r)\partial\varepsilon/\partial\theta - 2\mu\partial\omega r/\partial z + 2\mu\partial\omega z/\partial r &= \rho_f \partial^2 u_\theta/\partial t^2, \\(\lambda + 2\mu)\partial\varepsilon/\partial z - (2\mu/r)\partial(ru_\theta)/\partial r + (2\mu/r)\partial u_r/\partial\theta &= \rho_f \partial^2 u_z/\partial t^2,\end{aligned}$$

bu yerda λ, μ – kompleks Lamé ko'effitsientlari; $\varepsilon = \text{div } u$ – hajmiy deformatsiya; $\omega = (1/2)\text{rot } u$ – burama vektori; ρ_f – to'ldiruvchi zichligi.

Chegara shartlari

Tashqi qobiq ($r = R$) va to'ldiruvchi o'rtasidagi tutashish sirtida quyidagi chegara shartlari bajarilishi kerak:

1. Normal siljishlarning tengligi: $u_r^{(f)} = w$
2. Tangensial kuchlanishlar qovushqoq-elastik muhit tomonidan qobiqqa ta'sir etmaydi (silliq aloqa): $\sigma_{r\theta} = \sigma_{rz} = 0$
3. Normal kuchlanishlarning tengligi: $\sigma_{rr}^{(f)}|_{(r=R)} = -q_z$

Silindrik to'ldiruvchining o'qi ($r = 0$) da regulyarlik sharti talab qilinadi, ya'ni yechim chekli bo'lishi kerak.

Dispersiya tenglamasini chiqarish

Garmonik to'lqin ko'rinishidagi yechimni qidirish uchun quyidagi ko'rinish qabul qilinadi:

$$u(r, \theta, z, t) = U(r) \cdot \cos(n\theta) \cdot e^{i(kz - \omega t)},$$

bu yerda k – bo'ylama to'lqin soni; n – aylana yo'nalishidagi modal son; $U(r)$ – radiusga bog'liq amplituda funksiyasi.

Yechimni harakat tenglamalariga qo'yib, r bo'yicha oddiy differensial tenglamalar sistemasi olinadi. Ushbu sistema Bessel funksiyalari orqali yechiladi:

$$U_r(r) = A_n J_n(\alpha_1 r) + B_n Y_n(\alpha_1 r) + C_n J_n(\alpha_2 r) + D_n Y_n(\alpha_2 r),$$

bu yerda J_n va Y_n – n -tartibli birinchi va ikkinchi xil Bessel funksiyalari; α_1 va α_2 – to'lqin sonlari, ular tenglamalardan aniqlanadi:

$$\alpha_{1,2}^2 = \omega^2 \rho_f / \mu - k^2, \quad (\beta \text{ tenglamadan})$$

Qobiq va to'ldiruvchi orasidagi chegara shartlarini qo'llash natijasida bir jinsli algebraik tenglamalar sistemasi hosil bo'ladi. Ushbu sistemaning noldan farqli yechim berishi uchun uning determinanti nolga teng bo'lishi kerak:

$$|A_{ij}(k, \omega)| = 0,$$

Bu munosabat dispersiya tenglamasi deb ataladi va k bilan ω o'rtasidagi murakkab bog'lanishni ifodalaydi.

Dispersiya egri chiziqlari

Dispersiya tenglamasi sonli usullar yordamida yechilgan. Quyidagi moddiy parametrlar qabul qilingan:

Parametr	Elastik qobiq	Qovushqoq-elastik to'ldiruvchi
Zichlik ρ , kg/m ³	7850	1200
Yung moduli E , GPa	210	0.05
Puasson koeff. ν	0.30	0.49
Qovushqoqlik η , Pa·s	—	500

1-jadval. Hisoblashlarda qabul qilingan moddiy parametrlar

Dispersiya tenglamasi yechilganda, $n = 0$ (nafas olish rejimi) va $n = 1$ (egilish rejimi) holatlari alohida ko'rib chiqilgan. Hisoblashlar ko'rsatdiki, qobiq-to'ldiruvchi tizimida bir nechta to'lqin modlari mavjud bo'lib, ular har xil tezlik va sönish xarakteristikalariga ega.

Qovushqoqlikning ta'siri

η qovushqoqlik koeffitsienti 0 dan 2000 Pa·s gacha o'zgartirib, to'lqin sönish ko'rsatkichiga ta'siri o'rganilgan. $n = 0$ rejimida to'lqin soni kompleks $k = k_R + ik_I$ ko'rinishida ifodalanganda:

$$k_I / k_R = \eta \cdot \omega / (2\mu_0) \cdot F(k_R, \omega),$$

bu yerda $F(k_R, \omega)$ – dispersiya tenglamasidan aniqlanadigan o'lchamsiz funksiya. Hisoblashlar shuni ko'rsatadiki, η ning ikki baravarga oshishi sönish ko'rsatkichini taxminan 1.7 barobar oshiradi. Bu qovushqoqlik va sönish o'rtasidagi chiziqli bo'lmagan bog'lanishni tasdiqlaydi.

XULOSA

Ushbu maqolada ikki qatlamli qovushqoq-elastik to'ldiruvchili silindrik qobiqda xos va garmonik to'lqinlarning tarqalish xususiyatlari tadqiq etildi. Asosiy xulosalar:

1. Tashqi elastik qobiq va Fogt modeli asosida tasvirlangan qovushqoq-elastik to'ldiruvchidan iborat ikki qatlamli tizim uchun dispersiya tenglamasi chiqarildi.

2. Dispersiya egri chiziqlari, fazali va guruh tezliklari to'lqin soni va chastotaga bog'liq ravishda hisoblandi; barcha modallar uchun kesish chastotalari aniqlandi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Po'latov A., Abdullayev R. Elastiklik nazariyasi asoslari. — Toshkent: O'zbekiston Milliy universiteti nashriyoti, 2021. — 312 b.
2. Karimov Sh., Ergashev B. Qobiq va plastinkalar mexanikasi. — Toshkent: Fan va texnologiya, 2020. — 284 b.
3. Raxmatov U., Xudoyberdiyev N. Mexanik tebranishlar nazariyasi. — Toshkent: Tafakkur, 2019. — 296 b.
4. Qodirov A., To'xtayev S. Viskoelastik materiallar mexanikasi. — Toshkent: Innovatsion rivojlanish nashriyoti, 2022. — 258 b.
5. Xolyigitova M. N., Suyarov A. O. BIR JINSLI BOLMAGAN DIFFERENSIAL TENGLAMALAR SISTEMASINI "REZONANS" VA "REZONANS" BOLMAGAN HOLLAR UCHUN YECHIMLARINI TUZISH //Экономика и социум. – 2024. – №. 10 (125). – С. 413-416..