

PROGRESSIYAGA DOIR GEOMETRIYA MASALALARINI YECHISH

Axmedova Gavxar Axadovna

Qo‘qon davlat universiteti Matematika kafedrasida katta o‘qituvchisi

Annotatsiya. Ushbu maqolada progressiyalar, xususan arifmetik va geometrik progressiyalarning geometriya masalalarini yechishdagi o‘rni va ahamiyati yoritilgan. Maqolada nazariy tushunchalar bilan bir qatorda amaliy misollar keltirilib, o‘quvchilarning mantiqiy fikrlashini rivojlantirish va masalalarni yechish ko‘nikmalarini shakllantirishga alohida e‘tibor qaratilgan.

Kalit so‘zlar: Progressiya, arifmetik progressiya, geometrik progressiya, geometriya masalalari, kesmalar nisbatlari, o‘xshash uchburchaklar, proporsiya, koordinatalar usuli.

SOLVING GEOMETRY PROBLEMS INVOLVING PROGRESSIONS

Gavkhar Akhadovna Akhmedova

Kokand State University Senior Lecturer, Department of Mathematics

Abstract. This article examines the role and importance of progressions, particularly arithmetic and geometric progressions, in solving geometry problems. Along with theoretical concepts, practical examples are provided, with special emphasis on developing students' logical thinking and forming problem-solving skills.

Keywords: Progression, arithmetic progression, geometric progression, geometry problems, segment ratios, similar triangles, proportion, coordinate method.

KIRISH

Matematika fanining muhim bo‘limlaridan biri bo‘lgan arifmetik va geometrik progressiyalar nafaqat algebra, balki geometriya masalalarini yechishda ham katta ahamiyatga ega. Progressiya tushunchasi orqali turli geometrik munosabatlarni ifodalash, ayniqsa kesmalar nisbati, uchburchaklar o‘xshashligi va proporsiyalar bilan bog‘liq masalalarni samarali hal qilish mumkin.

Zamonaviy ta'lim tizimida o'quvchilarning mantiqiy fikrlash qobiliyatini rivojlantirish, ularni mustaqil fikr yuritishga o'rgatish muhim vazifalardan hisoblanadi. Shu nuqtai nazardan, progressiyalarni geometriya bilan bog'lab o'qitish masalalarni chuqurroq tushunishga va bilimlarni amaliyotda qo'llashga xizmat qiladi. Ushbu tadqiqot ishining maqsadi - progressiyalarga doir tushunchalarni geometriya masalalari bilan bog'lash orqali ularni yechish usullarini tahlil qilish va samarali metodik yondashuvlarni ishlab chiqishdan iborat.

ADABIYOTLAR TAHLILI

Progressiyalarga doir masalalarni o'qitish va ularni geometriya bilan bog'lash masalalari ko'plab olimlar tomonidan o'rganilgan. Jumladan: Mirzaahmedov va hammualliflar ishlarida olimpiada masalalari orqali progressiyalarni qo'llash usullari keng yoritilgan. [1] Alimov va boshqalar tomonidan tayyorlangan darsliklarda arifmetik va geometrik progressiyalarning nazariy asoslari va ularning amaliy tatbiqlari berilgan. [2] И.Ф. Шарыгин, В.И.Голубев. "Факультативный курс по математике" kitobida geometriya va algebra integratsiyasi orqali masalalar yechish metodikasi taklif etilgan. [3] Shuningdek, mavjud adabiyotlarda asosan progressiyalar algebra doirasida o'rganilgan bo'lib, ularni geometriya masalalariga tatbiq qilish masalasi yetarlicha chuqur yoritilmagan. Bu esa mazkur tadqiqotning dolzarbligini belgilaydi.

TADQIQOT NATIJALARI VA MUHOKAMA

Tadqiqot jarayonida quyidagi natijalarga erishildi:

Arifmetik progressiya va geometriya bog'lanishi uchburchak tomonlari arifmetik progressiya tashkil etganda, ular orasida aniq tengliklar va geometrik xossalar mavjud bo'lishi aniqlandi.

Geometrik progressiyaning qo'llanilishi uchburchak tomonlari geometrik progressiya tashkil etganda, trigonometrik va kosinuslar teoremasi orqali ularning turi aniqlanishi mumkinligi ko'rsatildi.

Ko'p hollarda o'quvchilar arifmetik progressiya xossalarini qo'llab yechiladigan hisoblashga, isbotlashga doir ba'zi masalalarni yechishga qiynaladilar. Bunda ular qaysi formula yoki xossani qo'llash masalani tezroq

hal qilishga olib kelishini bilmaydilar. Shuning uchun progressiyaga doir geometriya masalalarini yechishdan namunalar keltirdik.

Tomonlari arifmetik progressiya tashkil etgan uchburchak xossalari.

Tomonlari arifmetik progressiya tashkil etgan uchburchak boshqa uchburchaklardan farqli xossalarga ega bo'lishi tabiiy, chunki tomonlarga qo'yilgan shartning natijasi (oqibati) o'laroq bunday xossalar mavjudligi kutiladi.

An'anaviy belgilashlar kiritaylik: ΔABC da $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$, $2p=a+b+c$, h_a – BC tomonga tushirilgan balandlik,

S – ΔABC ning yuzi, r – shu uchburchakka ichki chizilgan aylana radiusi; c, a, b

sonlar arifmetik progressiya tashkil qiladi deylik, $c < a < b$, $a = \frac{b+c}{2}$, ya'ni ΔABC

da $BC=a$ tomon "o'rtacha" uzunlikdagi tomon bo'lsin.

1-teorema. ΔABC ning c, a, b tomonlari arifmetik progressiya tashkil etishi

uchun $r = \frac{h_a}{3}$ tenglikning bajarilishi zarur va yetarlidir.

Isbot. Zarurligi. c, a, b tomonlari arifmetik progressiya tashkil etsin. $a = \frac{b+c}{2}$

deylik, $r = \frac{h_a}{3}$ ekanini isbotlaymiz. Chindan ham, bu holda

$$2p = a + b + c = 3a, \quad p = \frac{3a}{2}$$

tenglik o'rinlidir. $S = \frac{1}{2} ah_a$ ekanligidan $r = \frac{S}{p} = \frac{ah_a}{2} \cdot \frac{2}{3a} = \frac{h_a}{3}$, $r = \frac{h_a}{3}$.

Yetarliligi. $r = \frac{h_a}{3}$ bo'lsin, $a = \frac{b+c}{2}$ ekanini ko'rsatamiz. Chindan ham

$$h_a = 3r = 3 \cdot \frac{S}{p} = 3 \cdot \frac{ah_a}{2} \cdot \frac{2}{a+b+c} = \frac{3ah_a}{2p},$$

bundan,

$$2p = 3a, \quad a + b + c = 3a, \quad 2a = b + c, \quad a = \frac{b+c}{2}.$$

Teorema isbotlandi.

2-teorema. Agar to'g'ri burchakli uchburchak tomonlari arifmetik progressiya tashkil qilsa, u holda bu progressiyaning ayirmasi shu uchburchakka ichki chizilgan aylana radiusiga teng bo'ladi.

Isbot. Uchburchakning tomonlari a, b, c ichki chizilgan aylana radiusi r

bo'lsin. Shartga ko'ra,
$$b = \frac{a+c}{2}.$$

Shu bilan birga
$$S = \frac{ab}{2}, \quad S = pr = \frac{a+b+c}{2} \cdot r = \frac{3br}{2}.$$

Bundan $ab = 3br$, ya'ni $r = \frac{a}{3} \cdot b = \frac{a+c}{2}$ va $c^2 = a^2 + b^2$ tengliklardan foydalanib, b va c ni r orqali ifodalaymiz va $b = 4r, c = 5r$ ekanini topamiz. Demak, $a = 3r, b = 4r, c = 5r$, ya'ni a, b, c tomonlar ayirmasi ichki chizilgan aylana radiusi r ga teng bo'lgan arifmetik progressiya tashkil qiladi. Teorema isbotlandi.

Masala. Tomonlari uzunliklari geometrik progressiya, ichki burchaklari arifmetik progressiya tashkil qiluvchi uchburchakning turini aniqlang.

Yechish. α, β, γ uchburchakning ichki burchaklari a, b va c mos ravishda bu burchaklar qarshisidagi tomonlar bo'lsin.

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \quad \text{va} \quad d = \beta - \alpha \gamma = \beta + d$$

d – arifmetik progressiya ayirmasi

$$\beta - d + \beta + \beta + d = 180^\circ$$

$$\beta = 60^\circ$$

Kosinuslar teoremasiga ko'ra

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

$$b^2 = ac \quad \text{va} \quad \cos \beta = \frac{1}{2} \quad \text{bundan}$$

$$a^2 - 2ac + c^2 = 0 \quad \text{yoki} \quad (a-c)^2 = 0 \quad \text{va} \quad a = c$$

Natijada uchidagi burchagi 60° va yon tomonlari teng bo'lgan uchburchak hosil qilamiz. Bu muntazam uchburchakdir.

XULOSA

Mazkur maqolada arifmetik va geometrik progressiyalarning geometriya masalalarini yechishdagi ahamiyati yoritildi. Tahlillar shuni ko'rsatadiki,

progressiyalarni geometriya bilan bog‘lab o‘qitish o‘quvchilarning mantiqiy fikrlashini rivojlantiradi, matematik tushunchalarni chuqurroq anglashga yordam beradi hamda masalalarni samarali yechish ko‘nikmalarini shakllantiradi. Shu bois, ta’lim jarayonida progressiyalarga doir masalalardan keng foydalanish maqsadga muvofiqdir.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. И.Ф. Шарыгин, В.И.Голубев. Факультативный курс по математике. Москва.Просвещение.1991.
2. Mirzaahmedov M. va boshqalar. Matematikadan olimpiada masalalari. Toshkent. O‘qituvchi. 1997.
3. И.Ф. Шарыгин, В.И.Голубев. Факультативный курс по математике. Москва. Просвещение.1991.
4. В.В.Вавилов, Н.И.Мельников, С.Н.Олехник, ПасиченкоП.Н. Задачи по математике. Алгебра. Справочной пособие. Москва. Наука.1987г.
5. Alimov Sh.A., Kolmogorov A.N. va boshqalar. Algebra va analiz asoslari. - Toshkent: O‘qituvchi, 2008.
6. Mirzaahmedov M.A., Hamidov A., Ismoilov S. Matematika: Akademik litseylar uchun darslik. - Toshkent: O‘zbekiston, 2015.